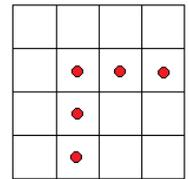




ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/2020 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

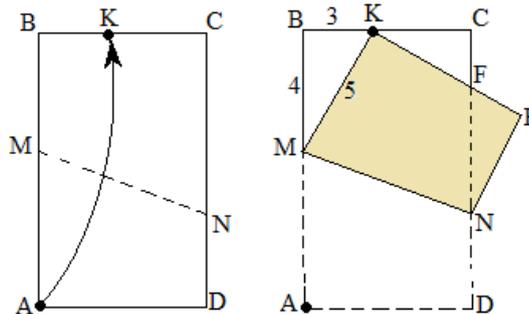
1. Разрежьте данный квадрат по сторонам клеток на 4 равные геометрически фигуры так, чтобы каждая из них содержала хотя бы один кружочек.



2. В царстве Математики стоял трехэтажный дворец. Во дворце жили семь натуральных чисел: два на каждом этаже и одно на чердаке. Известно, что на первом этаже разместилось число 15 со своим меньшим таинственным соседом. На втором и третьем этажах жили числа, равные сумме и разности двух соседей, живущих этажом ниже. На чердаке обитало число 780, которое равно произведению двух чисел с третьего этажа. Кто был таинственным соседом?



3. Прямоугольный лист согнули так, что вершина А попала на сторону ВС. При этом получились равные треугольники MBK и KCF со сторонами $MB=KC=4$, $BK=CF=3$, $MK=KF=5$. Найдите периметр треугольника FEN .



4. В городе N живут только блондины и брюнеты. Блондины всегда лгут, а брюнеты всегда говорят правду. Каждый день жители перекрашивают волосы в противоположный цвет. В один из понедельников октября всех родившихся осенью спросили: «Ты родился в этом месяце?» – и 200 жителей ответили «да», а «нет» не ответил никто. В пятницу той же недели всех родившихся осенью опять спросили: «Ты родился в этом месяце?» – и теперь только 50 из них дали утвердительный ответ. Сколько ответов «да» прозвучало в ответ на этот же вопрос в последний понедельник сентября, если в октябре этого года ровно четыре понедельника и никто из жителей города N не родился в ноябре?

5. В школе проходил турнир по игре в вышибалы. В каждой игре сталкивались две команды. За победу назначалось 15 очков, за ничью 11, а за проигрыш очков не давали. Каждая команда сыграла с каждой по одному разу. По окончании турнира оказалось, что суммарное количество набранных баллов 1151. Сколько было команд?

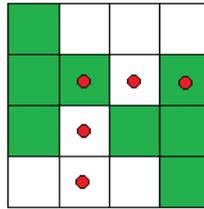
Время выполнения работы – 240 минут.



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/2020 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

Решения и критерии проверки.

1. **Решение.** Например, так:



Критерии проверки. Приведен верный пример – **7 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

2. **Ответ.** 13.

Решение. Пусть x – таинственный сосед числа 15.

Тогда на втором этаже живут числа $15 - x$ и $x + 15$ (так как известно, что x меньший сосед, а все числа должны быть натуральными).

Тогда на третьем этаже живут числа $2x$ и 30 .

Получаем: $2x \cdot 30 = 780$. Откуда $x = 13$.



Критерии проверки.

Правильное обоснованное решение – **7 баллов**.

В остальных случаях – **0 баллов**.

3. **Ответ.** 8

Решение. $BC = BK + KC = 7 = AD$. $KF = 5$ и $KE = AD$. Значит, $EF = 7 - 5 = 2$, $MK = 5$, поэтому $AB = 9$. $CF = 3$. Тогда $FD = 6$, но $FN + ND = FN + NE = 6$. Периметр FEN равен $FE + FN + NE = 2 + 6 = 8$.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**.

Есть частичные продвижения (баллы суммируются):

Найдена сторона AB – **1 балл**.

Найдено значение EF – **1 балл**.

Указано, что $FN + NE = FN + ND$ – **2 балла**.

Просто верный ответ – **0 баллов**.

4. **Ответ.** 0.

Решение. Заметим, что в понедельник и в пятницу на одной неделе жители имеют один и тот же цвет волос: **Понедельник** – вторник – **Среда** – четверг – **Пятница**. Тогда, если и в понедельник, и в пятницу одни и те же люди отвечают по-разному, значит, произошла смена месяца и брюнетки на этот же вопрос уже будут отвечать «нет».



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/2020 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

Если произошла смена месяца, то речь идет про последний понедельник октября. Так как понедельников в октябре было 4, то в последний понедельник сентября жители опять будут иметь тот же цвет своих волос: **П (сентября)– П1 – П2 – П3 – П4 (октября)** (так как каждый следующий понедельник цвет волос меняется).

В первый раз все брюнеты ответили «да», значит, все жители, которые в этот день были брюнетами, родились в октябре. В следующую пятницу и в последний понедельник сентября они тоже будут брюнетами, но, так как месяц сменится, все они ответят «нет».

Обратим внимание на блондинов. В первый раз все они ответили «да», это означает, что ни один из них не родился в октябре. Также мы знаем, что никто не родился в ноябре. Значит, все блондины родились в сентябре и в последний понедельник сентября они тоже ответят «нет».

Итак, в последний понедельник сентября «да» ответят 0 жителей.

Критерии проверки:

Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

5. **Ответ:** 12 команд.

Решение. Пусть участвовало N команд. Тогда игр было $N(N-1)/2$. За каждую игру суммарно зарабатывается 15 или 22 очка. Поэтому игр было не меньше 53 ($1151/22$) и не больше 76 ($1151/15$).

Заметим, что если команд было бы не больше 10, то игр было бы не более 45. А если команд не менее 13, то игр было бы не менее 78.

Значит, команд 11 (55 игр) или 12 (66 игр). В каждой из игр 15 баллов суммарно команды набирают точно! И 7 баллов дополнительно, если была ничья. Таким образом, суммарное количество ничьих это $(1151-55*15)/7$ (число нецелое – не могло так быть) или $(1151-66*15)/7=23$. Поэтому единственный вариант: было 12 команд.

Критерии проверки.

Правильное обоснованное решение – **7 баллов**.

Обосновано, что количество команд 11 или 12 без дальнейших продвижений – **3 балла**. Обосновано, что игр было не меньше 53 и не больше 76 без дальнейшего продвижения – **2 балла**. Правильный ответ с построенным примером – **2 балла**.

Просто верный ответ – **0 баллов**.