

9 класс

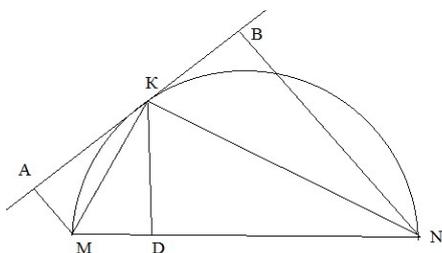
1. Ответ: 7744

Решение. В десятичной записи искомое число поразрядно представимо следующим образом: $N = 1000x + 100x + 10y + y = 11(100x + y)$; $N = A^2 \Rightarrow (100x + y)$ кратно 11 $\Rightarrow x + y$ кратно 11. Так как x и y цифры, то перебором находим их значения. $7744=88^2$.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Имеется поразрядная запись числа и ее разложение на множители -1 балл. обоснованно, что $x + y$ кратно 11 - 3 балла.

2. Решение. 1. Доказать равенство треугольников АКМ и ДКМ, КДН и КВМ. В прямоугольном треугольнике МKN воспользоваться свойством высоты.



Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Приведена часть решения, на основании которой можно сделать вывод о равенстве (или подобии) различных пар треугольников - 1 балл. Доказано равенство (или подобие) двух пар треугольников, но решение до конца не доведено - 3 балла.

3. Ответ: 14 и 20

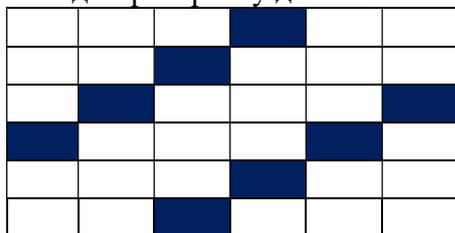
Решение. Сумма делителей включает само число и единицу, поэтому сумма оставшихся делителей равна 9, $9=2+7$, $9=3+6$, $9=4+5$. В первом случае это число 14, во втором - 18, в третьем - 20. Число 18 требованию задачи не удовлетворяет.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Верное решение - 7 баллов. Правильно составлено уравнение, позволяющее определить сумму делителей кроме 1 и самого числа – 2 балла. В ответ помимо 14 и 20 входит число 18 - 3 балла. Получен ответ без решения - 0 баллов.

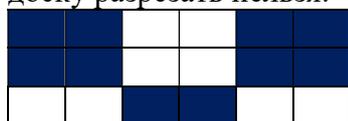
4. Решение:

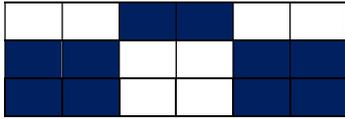
Введем раскраску доски.



Каждая полоска 1×4 покрывает ровно одну закрашенную клетку. Значит, 8-ю полоску можно закрасить всегда, как бы ни были закрашены 7 полосок, а 9-ю полоску раскрасить не удастся никогда.

Замечание: С помощью следующей раскраски можно доказать, что на 9 полосок 1×4 доску разрезать нельзя.





Каждая полоска 1×4 накрывает 2 белые и 2 черные клетки. 9 полосок накроют 18 белых и 18 черных клеток. На доске имеет 16 белых и 20 черных клеток.

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Доказано только, что на 9 полосок доску разрезать нельзя – 5 баллов.

Приведение примеров, из которых делается вывод, что разрезать на 9 полосок нельзя – 0 баллов.

Приведение примеров, из которых делается вывод, что восьмую полоску всегда можно вставить – 0 баллов.

5. Ответ: $n=k$.

Решение: По условию задачи составляем уравнение

$$\frac{a + b}{2} = \frac{an + bk}{n + k}$$

где a - среднее арифметическое всех красных чисел, b - среднее арифметическое всех синих чисел.

Данное уравнение преобразуем к виду

$$a(n - k) = b(n - k)$$

Так как $a \neq b$, то $n - k = 0$

Критерии оценивания (0 -7 баллов)

Рассмотрены только частные случаи значений n и k - 0 баллов.

Только верный ответ – 0 баллов.

Уравнение по условию задачи составлено верно, но допущены ошибки в последующих преобразованиях и получен неверный ответ – 2 балла.

Уравнение по условию задачи составлено верно, но допущены ошибки в последующих преобразованиях и получен верный ответ – 3 балла.