

10 класс (время решения – 4 часа)

1. Число 2019 обладает интересным свойством: сумма $2+019$ ровно в 10 раз меньше суммы $201+9$. Найдите все четырехзначные числа, обладающие таким свойством.
2. Дан треугольник ABC с периметром 1. В угол BAC вписана окружность, лежащая вне треугольника ABC и касающаяся стороны BC (и продолжений сторон AB и AC). Найдите длину отрезка AM , где M – точка, в которой окружность касается прямой AC .
3. Докажите, что при всех $x > 0$ справедливо неравенство $1/x + 4x^2 \geq 3$.
4. Рассмотрим семейство парабол вида $y = -x^2 + px + q$, вершины которых лежат на графике $y = x^2$. Докажите, что все кривые этого семейства проходят через общую точку.
5. Куб с длиной ребра 7 разрезали на единичные кубики и убрали кубик, находящийся в центре большого куба. Можно ли оставшуюся фигуру составить из брусочков $1 \times 1 \times 2$?

10 класс (время решения – 4 часа)

1. Число 2019 обладает интересным свойством: сумма $2+019$ ровно в 10 раз меньше суммы $201+9$. Найдите все четырехзначные числа, обладающие таким свойством.
2. Дан треугольник ABC с периметром 1. В угол BAC вписана окружность, лежащая вне треугольника ABC и касающаяся стороны BC (и продолжений сторон AB и AC). Найдите длину отрезка AM , где M – точка, в которой окружность касается прямой AC .
3. Докажите, что при всех $x > 0$ справедливо неравенство $1/x + 4x^2 \geq 3$.
4. Рассмотрим семейство парабол вида $y = -x^2 + px + q$, вершины которых лежат на графике $y = x^2$. Докажите, что все кривые этого семейства проходят через общую точку.
5. Куб с длиной ребра 7 разрезали на единичные кубики и убрали кубик, находящийся в центре большого куба. Можно ли оставшуюся фигуру составить из брусочков $1 \times 1 \times 2$?