



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/2020 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
11 КЛАСС

1. В каждую клетку таблицы  $3 \times 3$  записали иррациональное число. Могло ли оказаться, что сумма чисел каждой строки и каждого столбца – число рациональное.
2. Два парка общей площадью 110 га разбиты на одинаковое количество участков, причем в каждом парке участки имеют одинаковую площадь, но отличаются от участков другого. Если первый парк разбили бы на участки такой же площади, как второй, то получили бы 75 участков. А если бы второй парк разбили на участки такой же площади, как первый, то участков получилось бы 108. Определите площадь каждого парка.
3. В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит остроугольный равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AC=BC$ ).  $SH$  – высота пирамиды, причем  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Докажите, что высоты пирамиды, проведенные из вершин  $S$ ,  $A$  и  $B$ , пересекаются в одной точке.
4. Даны функции  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  и  $g(x) = x^2 + 2x - 1$ . Найдите все целочисленные решения уравнения  $f(g(f(x))) = g(f(g(x)))$ .
5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $60^\circ$ , точки  $I$  и  $O$  – центры вписанной и описанной окружности треугольника  $ABC$  соответственно. Докажите, что отрезок, соединяющий точку  $I$  и середину дуги  $AB$ , равен радиусу этой описанной окружности?
6. Робот Петя каждую минуту на экране показывает три трехзначных числа, дающие в сумме 2019. Робот Вася в каждом из этих чисел меняет местами первую и последнюю цифры и снова складывает полученные числа. Какую наибольшую сумму может получить Вася?

***Время выполнения работы – 240 минут.***