

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2019-2020 уч.год
8 класс

1. Могут ли четыре корабля так расположиться на море, чтобы попарные расстояния между ними были бы равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 милям?
2. Решите уравнение $\text{НОК}(n^2, m) + \text{НОК}(n, m^2) = 2019$, где n и m – натуральные числа.
3. Картофель и свеклу везут на 79 машинах, не обязательно одинаковых, причем каждая машина загружена или картофелем, или свеклой. Докажите, что из этих машин можно выбрать 40 машин так, что они везут не менее 50% всего картофеля и не менее 50% всей свеклы.
4. ABCD – ромб. Точки E и F лежат, соответственно, на сторонах AB и BC так, что $\frac{AE}{BE} = \frac{BF}{CF} = 5$. Треугольник DEF – равносторонний. Найдите углы ромба.
5. Узлы бесконечной сетки (каждая ячейка предстает собой квадрат) раскрашены в три цвета, причем все три цвета использованы. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник с катетами, не обязательно идущими по линиям сетки, все три вершины которого расположены в узлах сетки и раскрашены в разные цвета.