

**Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников  
по МАТЕМАТИКЕ (2019 - 2020 уч. год)**

**9 класс**

1. Найти четырехзначное число, являющееся полным квадратом, если равны его первые две цифры и последние две.
2. На отрезке  $MN$  как на диаметре построена полуокружность. Прямая  $a$  касается этой полуокружности в точке  $K$ . Точки  $A$  и  $B$  - проекции точек  $M$  и  $N$  на прямую  $a$ , а точка  $D$  — проекция точки  $K$  на  $MN$ . Доказать, что  $KD^2 = MD \cdot DN$ .
3. Сумма всех различных натуральных делителей некоторого натурального числа на 10 больше, чем само это число. Найдите это число.
4. В квадрате  $6 \times 6$  закрасили 7 полосок  $1 \times 4$ . Докажите, что всегда можно закрасить восьмую полоску, и никогда нельзя девятую.
5. На доске записаны  $n$  красных и  $k$  синих действительных чисел. Среднее арифметическое всех красных чисел отличается от среднего арифметического всех синих чисел. Однако среднее арифметическое этих двух чисел равно среднему арифметическому всех чисел, записанных на доске. При каких  $n$  и  $k$  такое может быть?