

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2019-2020 уч.год
9 класс

1. Большая карусель представляет собой фигурки сказочных зверей, движущихся по кругу друг за другом, на которых можно кататься. По десять учеников 6а, 6б, 6в классов и по пять учеников 7а и 7б классов разместились на карусели, заняв все места. Оказалось, что никакие два шестиклассника из разных классов не сидят друг за другом подряд. Докажите, что найдутся три шестиклассника из одного класса, разместившиеся на карусели друг за другом.
2. $ABCD$ – трапеция с основаниями AD и BC , такая, что можно построить окружность с диаметром BC , проходящую через середины диагоналей AC и BD , и касающуюся AD . Найдите углы трапеции.

3. Найдите все решения уравнения

$$n^6 + 3n^5 + 3n^4 + 2n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = m^3$$

где m, n – целые числа.

4. Натуральное число n таково, что число $n + 1$ делится на 8. Докажите, что сумма всех делителей числа n , включая 1 и само число, делится на 8.
5. Пусть a, b, c – стороны треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a^3}{c^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{3ab}{c^2} > 1$$