



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2019/2020 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
9 КЛАСС

1. Три различных числа a, b, c выбраны так, что выполняются равенства: $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$. Найдите все значения, которые может принимать величина $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$.
2. Длина дороги от города Столичный до города Провинциальный ровно 2020 верст. Вдоль всей дороги установлены верстовые столбы. На первом столбе с лицевой стороны написано 1, с обратной – 2019; на втором – 2 и 2018, ..., на последнем – 2019 и 1. Столб называется *хорошим*, если написанные на нём числа имеют общий делитель, отличный от 1, иначе – *нехорошим*. Сколько вдоль этой дороги нехороших столбов?
3. В Цветочном городе три избирательных участка. Незнайка два года подряд баллотировался на пост мэра. На каждом участке ежегодно подсчитывали, какой процент от всех явившихся избирателей голосовал за Незнайку. В этом году этот показатель на каждом из трёх участков оказался на 20% больше, чем в прошлом году. А в целом по городу – на 20% меньше, чем в прошлом. Приведите пример, как такое могло быть.
4. В декартовой системе координат построили прямую $y = 20 - x$. Через точку $(19; 19)$ провели прямые (в том числе, параллельные осям координат) так, что они разбили плоскость на углы по 9° . Найдите число, равное сумме абсцисс точек пересечения этих прямых с прямой $y = 20 - x$.
5. Вписанная окружность касается сторон AB, BC, AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) в точках C_0, A_0, B_0 соответственно. CH – высота треугольника ABC . Точка M – середина отрезка A_0B_0 . Докажите, что $MC_0 = MH$.
6. В шахматном турнире каждый участник встречался с каждым один раз. За победу в любой партии участник получал 1 очко, ничью – 0,5 очка, поражение – 0 очков. По правилам чемпионом (или чемпионами) объявляются все участники, набравшие наибольшее количество баллов. На этот раз единоличным чемпионом стал Петя. Вася сказал: "Если из турнирной таблицы удалить любого участника и вычеркнуть очки, набранные во встречах с ним, то Петя уже не будет чемпионом". Может ли Вася быть прав? Обоснуйте свой ответ.

Время выполнения работы – 240 минут.