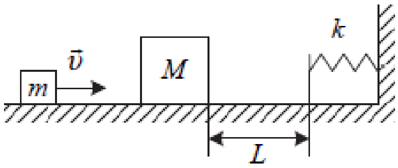
11 Класс.

Задача № 1.

Небольшой брусок массой m = 100 г, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, абсолютно не упруго сталкивается с неподвижным телом массой M = 2m. При дальнейшем поступательном движении тела налетают на недеформированную пружину, одним концом прикреплённую к стене (см. рисунок). Через какое время t после абсолютно неупругого удара бруски вернутся в точку столкновения? Скорость движения бруска до столкновения υ = 2 м/с, жёсткость пружины k = 30 Н/м, а расстояние от точки столкновения до пружины L = 10 см.



Возможное решение

1. В процессе абсолютно неупругого столкновения сохраняется суммарный импульс системы тел: $m\upsilon = (m + M)\upsilon_1$, где υ_1 – скорость тел после столкновения.
2. Так как поверхность гладкая, то трения нет, и движение тел от момента удара до момента касания свободного конца пружины будет равномерным: $L = \upsilon_1 t_1$, где t_1 – время движения на этом участке.
3. После касания пружины и до отрыва от неё тела будут двигаться, совершая гармоническое колебание. До отрыва пройдёт время $t_2 = ½T$, где T – период колебаний груза на пружине: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$.
4. Отрыв тел от пружины произойдёт в точке касания пружины. По закону сохранения механической энергии при гармонических колебаниях, скорость тел в точке отрыва равна υ_1. Дальнейшее движение тел будет равномерным. Поэтому полное время движения тел до точки столкновения

$$t = 2t_1 + t_2 = \frac{2L}{\upsilon_1} + \frac{T}{2} = \frac{2L(m+M)}{m\upsilon} + \pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}.$$

5. Учитывая, что M = 2m, получим

$$t = \frac{6L}{\upsilon} + \pi\sqrt{\frac{3m}{k}} = \frac{6\cdot 0,1}{2} + 3,14\cdot\sqrt{\frac{3\cdot 0,1}{30}} = 0,614 \text{ с}.$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 2. *Связанные заряды*

Шарики массы $\boldsymbol{m}$ = 1 г и $\boldsymbol{M}$ = 5 г связанные нерастяжимой нитью имеют заряды $\boldsymbol{q}$ по 2 мкКл каждый. Шарики летят вдоль направления нити с равными скоростями $\boldsymbol{V}$ = 8 км/с. Нить пережигают. Какова была длина нити, если после разрыва нити шарик массой $\boldsymbol{m}$ остановился?

Возможное решение

1. Пусть конечная скорость заряда массой M равна **U.** Т.к. движение системы происходит вдоль одного направления, то из закона сохранения импульса следует: $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{m}) = \boldsymbol{M}\,\mathbf{U}$ (1)
2. Начальная энергия системы это кинетическая энергия двух шариков и потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия, конечная энергия, после разлёта шариков равна кинетической энергии шарика массой M, а потенциальная энергия кулоновского взаимодействия равна нулю. Т.е. закон сохранения энергии будет: $\frac{MV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} = \frac{MU^2}{2}$ (2)
3. Далее несложно получить, что $L = \frac{q^2 M}{4\pi\varepsilon_0 m(m+M)V^2} = \frac{4\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-3}\cdot9\cdot10^{9}}{6\cdot10^{-6}\cdot64\cdot10^{6}} \approx 0{,}47$ м

Критерии оценивания

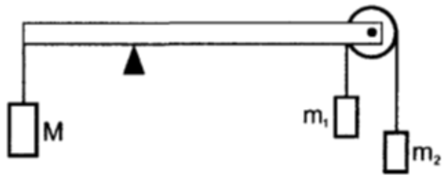
За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 4 балла

За 3-й пункт – 3 балла

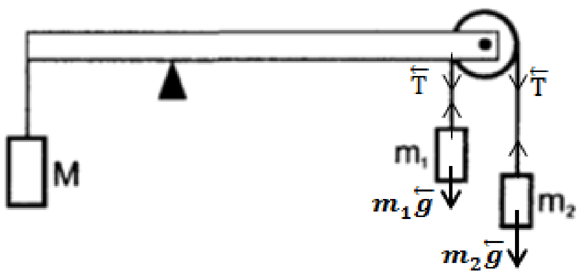
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 3 *Блок на коромысле*



Система тел состоит из невесомого стержня длины $\boldsymbol{l}$ = **70** см, положенного на неподвижную призму, расположенную посредине стержня, и находящегося в равновесии, невесомого блока с двумя грузами массой $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$, а так же груза массой $\boldsymbol{M}$ = 3 кг, прикреплённых к концам стержня (см. рис). При движении грузов $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ равновесие стержня сохраняется, если точка опоры стержня сдвинута на расстояние $\Delta\boldsymbol{l}$ = 10 см левее относительно середины стержня. Определить массы грузов $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$. Трением везде пренебречь.

Возможное решение



1. Т.к. сначала система находилась в равновесии, то $\boldsymbol{m_1} + \boldsymbol{m_2} = \boldsymbol{M}$.
2. При движении грузов условие равновесия системы: $\boldsymbol{Mg}\cdot\left(\frac{l}{2} - \Delta\boldsymbol{l}\right) = \left(\frac{l}{2} + \Delta\boldsymbol{l}\right)\cdot 2\mathrm{T}$, где **T** сила натяжения нитей (см. рис.)
3. Пусть груз $\boldsymbol{m_2}$ движется ускоренно вниз, тогда по 2-му закону Ньютона $\boldsymbol{m_2\,a} = \boldsymbol{m_2\,g} - \boldsymbol{T}$ и соответственно $\boldsymbol{m_1\,a} = \boldsymbol{T} - \boldsymbol{m_1\,g}$
4. Из последних двух уравнений легко находим, что $\mathbf{T} = \frac{2\cdot m_1\cdot m_2}{M}$; подставив это выражение **T** в (2)., а так же заменив $\boldsymbol{m_2} = \boldsymbol{M} - \boldsymbol{m_1}$ получим квадратное уравнение

$$4m_1^2 - 4Mm_1 + \frac{l - 2\Delta l}{l + 2\Delta l}\cdot M^2 .$$

Корни этого уравнения: $m_{1,2} = \frac{M}{2}\cdot\left(1 \pm \sqrt{\frac{4\cdot\Delta l}{l+\Delta l}}\right)$. откуда $\boldsymbol{m_1}$ = 1 кг и $\boldsymbol{m_2}$ = 2 кг

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

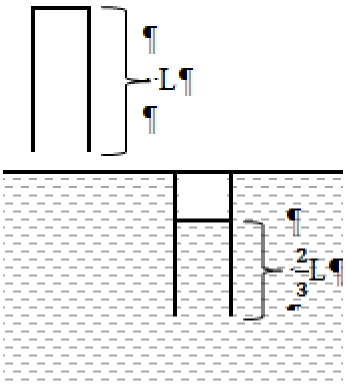
За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 3 балла

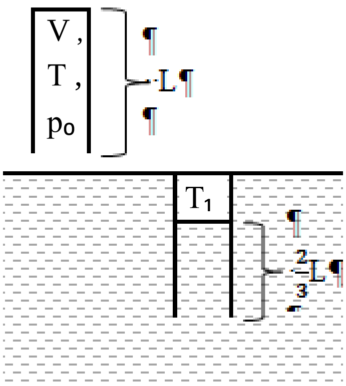
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 4



Запаянная с одного конца цилиндрическая трубка длиной L погружалась в воду до тех пор, пока запаянный конец её оказался на одном уровне с поверхностью воды. Когда температуры воздуха и воды уравнялись, оказалась, что вода в трубке поднялась на высоту ⅔ L. Определите начальную температуру воздуха в трубке, если температура воды T_1, атмосферное давление p_0 .

Возможное решение



1 . Изменение состояния воздуха в трубке подчиняется закону Клапейрона при неизменном количестве молей

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1}$$

2. До погружения трубки: давление $p = p_0$, Объём воздуха V. Температура T .

3. В погруженной трубке: давление воздуха $p_1 = p_0 + \frac{1}{3}L\rho g$. Объём воздуха $V_1 = \frac{1}{3}LS$, и температура T_1

4. Тогда закон Клапейрона $$\frac{p_0LS}{T} = \frac{\left(p_0 + \frac{1}{3}\rho gL\right)\frac{1}{3}LS}{T_1}$$

5. Откуда следует: $$T = T_1\frac{3p_0}{p_0 + \frac{1}{3}\rho gL}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 3 балла

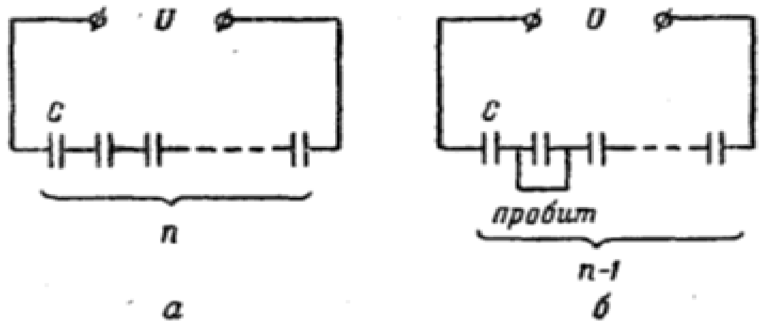
За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 5

Батарея из n последовательно соединённых конденсаторов, ёмкостью C каждый, подключены к постоянному напряжению U (см. рис.). Один из конденсаторов пробивается. Определить: 1) изменение энергии батареи; 2) работу источника тока.



Возможное решение

1. До пробоя ёмкость батареи (рис. *а*) $C_n = C/n$,

2. Энергия батареи при этом $W_1 = ½ C_n U^2 = \frac{CU^2}{2n}$.

3. После пробоя (рис. б)ёмкость батареи : $C_{n-1} = \frac{C}{n-1}$

4. Энергия батареи при этом $W_2 = \frac{C_{n-1} U^2}{2} = \frac{CU^2}{2(n-1)}$.

5. Изменение энергии $\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{CU^2}{2n(n-1)} > 0$

6. Энергия системы увеличилась за счет работы источника тока. Т.к. U – const, то $A_{ист} = U \cdot \Delta q$

7. Δq – изменение заряда на обкладках конденсаторов в результате пробоя одного из них

$\Delta q = q_2 - q_1 = C_{n-1}U - C_nU = \frac{CU}{n(n-1)}$

8. Тогда работа источника: $A_{ист} = \frac{CU^2}{n(n-1)}$.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 1 балл

За 2-й пункт – 1 балл

За 3-й пункт – 1 балл

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

За 6-й пункт – 2 балла

За 7-й пункт – 1 балл

За 8-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.