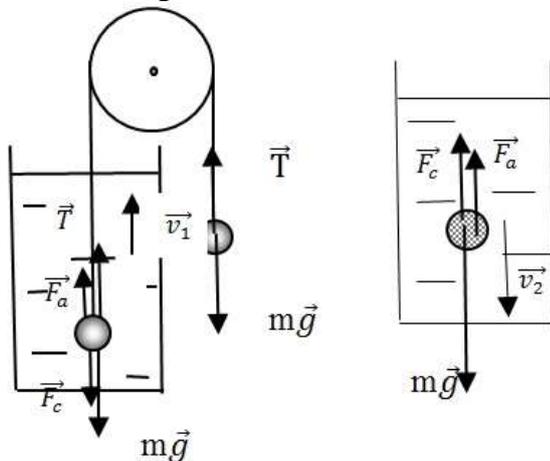




Задача 1. Шарик в жидкости (10 баллов)

Одинаковые шарики подвешены н идеальной нити, переброшенной через блок. Когда один из шариков погрузили в жидкость (см. рисунок), шарики пришли в движение, которое вскоре стало равномерным со скоростью v_1 . Считая силу трения, действующую на шарик в жидкости, пропорциональной скорости, найти, с какой установившейся скоростью v_2 двигался бы шарик в жидкости, если бы оборвалась нить. Плотность материала шарика в три раза больше плотности жидкости.

Возможное решение:



$$\begin{cases} T - mg = 0, \\ T + F_a - mg - F_{c1} = 0, \\ mg - F_a - F_{c2} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_a = F_{c1}, \\ mg - F_a - F_{c2} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_{\text{ш}}} = kV_1, \\ mg - \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_{\text{ш}}} = kV_2. \end{cases}$$

$$\frac{1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ш}}}}{\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ш}}}} = \frac{V_2}{V_1},$$

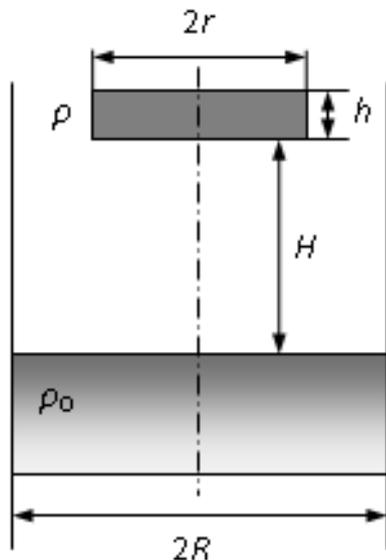
$$V_2 = 2V_1.$$

Рекомендации по проверке:

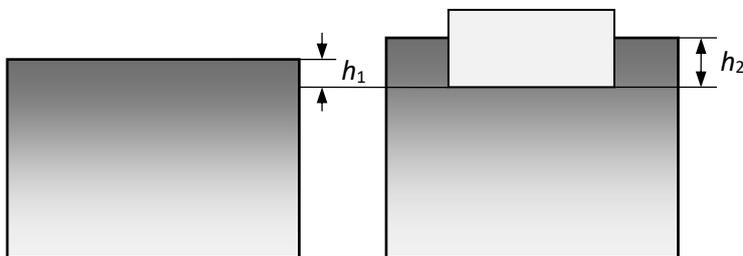
Указаны силы, действующие на шарики	2 балла
Записан II закон Ньютона для каждого шара	3 балла
Записано выражение для силы Архимеда	1 балл
Определен объем шарика	1 балл
Решена система уравнений и определена искомая скорость	3 балла

Задача 2. Пробка в сосуде (10 баллов)

В цилиндр радиуса R , частично заполненный водой, падает цилиндрическая пробка радиуса r и высоты h (см. рис.). Начальная высота нижней поверхности пробки над уровнем воды равна H , начальная скорость равна нулю. Какое количество теплоты выделится после того, как движение пробки и воды прекратится? Плотность пробки равна ρ , плотность воды - ρ_0 .



Возможное решение и критерии оценки



1. Введены начальная h_1 и конечная h_2 высота уровня жидкости относительно нижней поверхности плавающей пробки. **(1 балл)**
2. Записан закон сохранения энергии в виде

$$mg(H + h_1) = \frac{1}{2} m_0 g(h_2 - h_1) + Q.$$

Следовательно

$$Q = mg(H + h_1) - \frac{1}{2} m_0 g(h_2 - h_1),$$

где $m = \rho \pi r^2 h$,

$$m_0 = \rho_0 (\pi R^2 - \pi r^2) \cdot h_2 = \rho_0 \pi (R^2 - r^2) \cdot h_2.$$

(3 балла)

3. Записано условие плавания пробки в виде

$$F_A = mg, \text{ где } F_A = \rho_0 g \pi r^2 h_2 \text{ и } m = \rho \pi r^2 h.$$

Тогда

$$\rho_0 g \pi r^2 h_2 = \rho g \pi r^2 h,$$

$$\rho_0 h_2 = \rho h,$$

т.е.

$$h_2 = \frac{\rho}{\rho_0} h.$$

(2 балла)

4. Записано условие вытеснения пробкой части воды в сосуде

$$V_1 = V_2, \text{ где } V_1 = \pi R^2 h_1 \text{ и } V_2 = (\pi R^2 - \pi r^2) \cdot h_2.$$

Отсюда

$$\pi R^2 h_1 = \pi (R^2 - r^2) h_2, \text{ где } h_2 = \frac{\rho}{\rho_0} h,$$

тогда

$$h_1 = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h.$$

(2 балла)

5. Выполнены преобразования и сделан вывод

$$Q = \rho g h \pi r^2 (H + h_1) - \frac{1}{2} \rho_0 g h_2 \pi (R^2 - r^2) \cdot (h_2 - h_1),$$

где $\rho_0 h_2 = \rho h,$

$$h_2 - h_1 = \frac{\rho}{\rho_0} h - \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h = \frac{\rho}{\rho_0} h \frac{r^2}{R^2}.$$

Отсюда

$$Q = \rho g h \pi r^2 (H + h_1) - \frac{1}{2} \rho g h \pi (R^2 - r^2) \frac{\rho}{\rho_0} h \frac{r^2}{R^2},$$

$$Q = \rho g h \pi r^2 \left[(H + h_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \frac{\rho}{\rho_0} h \frac{r^2}{R^2} \right],$$

где $h_1 = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h,$

тогда

$$Q = \rho g h \pi r^2 \left[H + \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h \right],$$

$$Q = \rho g h \pi r^2 \left[H + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\rho}{\rho_0} h \right].$$

(2 балла)

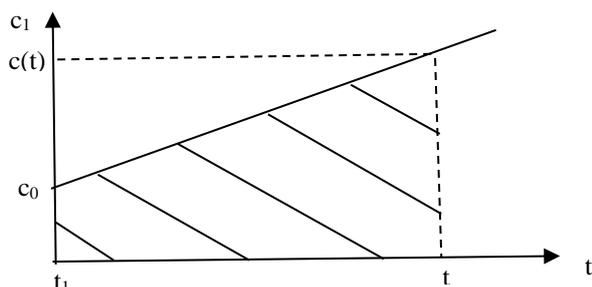
Задача 3. Калориметр. (10 баллов)

Брусек массой $m_1 = 1$ кг, изготовленный из материала, удельная теплоемкость которого зависит от температуры t по закону $c_1(t) = c_0 \cdot (1 + \alpha t)$, где $c_0 = 1,3 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\alpha = 0,012$ К⁻¹, опускают в калориметр. Начальная температура бруска $t_1 = 0^\circ\text{C}$. В калориметре находится $m_2 = 0,5$ кг воды при температуре $t_2 = 45^\circ\text{C}$. Найдите установившуюся температуру воды в калориметре. Теплоемкостью калориметра и тепловыми потерями можно пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_2 = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

Возможное решение:

Количество теплоты, полученное бруском:

$$Q_1 = m_1 \cdot \sum c_i \cdot (t_i - t_1) = m_1 \cdot \frac{c_0 + c_0 \cdot (1 + \alpha t)}{2} \cdot (t - t_1) = c_0 \cdot (1 + 0,5\alpha t) \cdot m_1 \cdot (t - t_1).$$



Количество теплоты, отданное водой: $Q_2 = c_2 \cdot m_2 \cdot (t_2 - t)$.

$$c_0 \cdot (1 + 0,5\alpha t) \cdot m_1 \cdot (t - t_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (t_2 - t).$$

$$0,5 c_0 \cdot m_1 \cdot \alpha \cdot t^2 + (c_0 \cdot m_1 - 0,5 c_0 \cdot m_1 \cdot t_1 + c_2 \cdot m_2) \cdot t - (c_0 \cdot m_1 \cdot t_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot t_2) = 0.$$

Подстановка числовых значений дает уравнение:

$$7,8 \cdot t^2 + 3700 \cdot t - 108000 = 0.$$

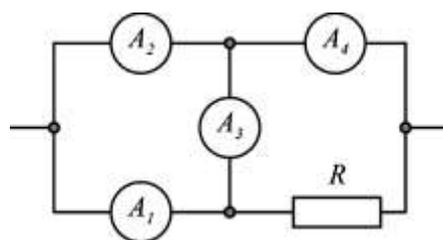
Решая уравнение и выбирая $t > 0$, получаем $t \approx 27,6^\circ\text{C}$.

Рекомендации по проверке:

Записана формула для расчета количества теплоты, отданного водой	1 балл
Записана формула для расчета количества теплоты, полученного бруском	1 балл
Найдена $\sum c_i \cdot (t_i - t_1)$ как площадь под графиком $c(t)$ или найдена средняя теплоемкость бруска при его нагревании	3 балла
Составлено уравнение теплового баланса	1 балл
Получено квадратное уравнение относительно искомой температуры	2 балла
Получен правильный числовой ответ	2 балла

Задача 4. Отношение сопротивлений (10 баллов)

Электрическая цепь состоит из резистора с сопротивлением R и четырёх одинаковых амперметров с внутренними сопротивлениями r . Показания амперметров A_1 и A_2 равны $I_1=3$ А и $I_2=5$ А. Найдите отношение сопротивлений R/r



Возможное решение

На рисунке стрелками указаны выбранные нами положительные направления токов в ветвях цепи – **1 балл**

Поскольку в контуре ACB отсутствуют источники ЭДС, то

$$I_2 r = I_3 r + I_1 r \Rightarrow I_3 = I_2 - I_1 = 2 \text{ А} \quad \mathbf{2 \text{ балла}}$$

Запишем закон сохранения электрического заряда для узла B :

$$I_1 = I_3 + I_R \Rightarrow I_R = I_1 - I_3 = 1 \text{ А} \quad \mathbf{2 \text{ балла}}$$

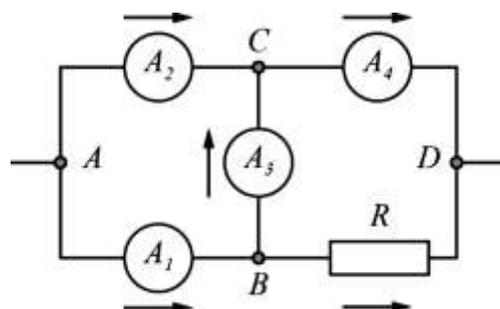
Аналогично находим ток

$$I_4 = I_2 + I_3 = 7 \text{ А} \quad \mathbf{1 \text{ балл}}$$

Для контура CDB , в котором также отсутствуют источники ЭДС:

$$I_3 r + I_4 r = I R \quad \mathbf{2 \text{ балла}}$$

$$R/r = (I_3 + I_4) / I_R = 9 \quad \mathbf{2 \text{ балла}}$$



Рекомендации по проверке:

Написаны отдельные формулы, имеющие отношение к задаче, но решения задачи нет, при этом решения задачи нет	1 балл
Расчетная формула напряжений при параллельном соединении для точек AC контура ACB. Определено значение силы тока Указано направление токов	3 балла
Закон сохранения электрического заряда для узла B. Определено значение силы тока	2 балла
Закон сохранения электрического заряда для узла C. Определено значение силы тока	
Расчетная формула напряжений при параллельном соединении для точек CD контура CDB	3 балла
Расчетная формула для отношений сопротивлений. Получен правильный ответ	2 балла

Задача 5. Очки. (10 баллов)

Попробуйте разгадать «фокус» с очками: при наличии очков близорукий глаз видит изображение предмета, находящегося на большем расстоянии от глаза, чем без очков. У Пети дедушка относится к близоруким людям, он различает мелкие предметы на расстоянии не более 15 см. Определите, на каком расстоянии дедушка сможет различать мелкие предметы в очках с оптической силой - 3 дптр. Будет ли это расстояние на самом деле больше чем 15 см? Покажите на рисунке изображение предмета на сетчатке глаза, используя очки.

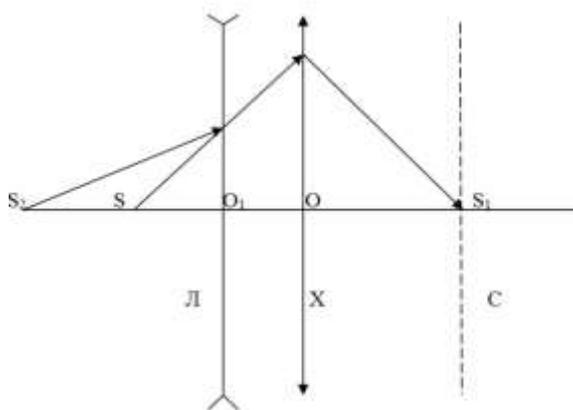


Рис 4 балла

1. Оптическая сила близорукого глаза без очков

$$D_1 = 1 / d_1 + 1/f \quad (1)$$

где $d_1 = |SO|$ - расстояние от предмета до хрусталика глаза;

$f = |OS_1|$ - расстояние от хрусталика глаза до сетчатки (рис) **1 балл**

2. Оптическая сила близорукого глаза в очках

$$D = D_1 + D_2 = 1 / d_2 + 1/f \quad (2)$$

Где D_2 - оптическая сила очков: $d_2 \approx |S_2O|$ - расстояние от предмета до хрусталика глаза при наличии очков. **1 балл**

Из уравнений (1) и (2) имеем $1 / d_1 + D_2 = 1 / d_2$, откуда $d_2 = d_1 / (1 + D_2 d_1)$;

$d_2 = 0,15 / (1 - 3 * 0,15) \text{ м} = 0,27 \text{ м}$. **3 балла**

При наличии очков близорукий глаз видит мнимое изображение S_2 предмета S , находящегося на большем расстоянии от глаза, чем без очков. В этом и весь «фокус». **1 балл**

Рекомендации по проверке:

Выполнено корректное построение	4 балла
Записана формула расчета оптической силы глаза без очков	1 балл
Записана формула расчета оптической силы близорукого глаза в очках	1 балла
Получено значение расстояние, на котором дедушка сможет различать мелкие предметы в очках	3 балла
Описана суть фокуса	1 балл