

8 класс

Задача 1. Качество дорог растет!

Полный путь, пройденный автомобилем, равен $3S$.

Время движения на первом участке составляет

$$t_1 = S/v_0,$$

на втором участке —

$$t_2 = S/(2v_0),$$

на третьем участке —

$$t_3 = S/(3v_0).$$

Общее время движения автомобиля

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{S}{v_0} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{11 S}{6 v_0}.$$

Тогда находим среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ как

$$v_{\text{ср}} = \frac{3S}{T} = \frac{18}{11}v_0 = 36 \text{ км/ч}.$$

Критерии оценивания

Найдено время t_1 на первом участке пути	1
Найдено время t_2 на втором участке пути	1
Найдено время t_3 на третьем участке пути	1
Найдено общее время движения автомобиля	2
Указано, что $v_{\text{ср}} = \frac{3S}{T}$	1
Получено выражение для средней скорости	2
Дан числовой ответ	2

Задача 2. Стакан

Объём воды, ежесекундно поступающей в цилиндр, h , см

$$V_1 = \frac{\mu}{\rho} = 2,0 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Площадь поверхности воды между стенками цилиндра и стакана

$$S_1 = a^2 - b^2 = 20 \text{ см}^2.$$

Начальная скорость подъёма уровня воды в цилиндре

$$v_1 = \frac{V_1}{S_1} = \frac{\mu}{\rho(a^2 - b^2)} = 0,1 \text{ см/с}.$$

Вода будет подниматься со скоростью v_1 до тех пор, пока не достигнет уровня воды h_1 , соответствующего началу всплытия стакана. Стакан начнёт всплывать, если уровень воды h_1 будет меньше высоты стакана c . Высоту h_1 найдем из закона Архимеда:

$$h_1 = \frac{Mg}{\rho b^2 g} = 6,25 \text{ см}, \quad h_1 < c, \quad \text{стакан всплывёт}.$$

Время подъёма воды до уровня h_1 равно

$$t_1 = \frac{h_1}{v_1} = 62,5 \text{ с}.$$

После того, как стакан начнёт всплывать, скорость подъёма воды уменьшится до значения

$$v_2 = \frac{V_1}{a^2} \approx 0,56 \text{ мм/с}.$$

При достижении уровня воды до высоты $H = 20$ см скорость подъёма станет равной $v_3 = 0$. Это произойдёт за $\Delta t = \frac{H - h_1}{v_2} \approx 246$ с. Через время $t_2 = \Delta t + t_1 = 308$ с вода перестанет подниматься (начнёт переливаться через край).

Изобразим полученную зависимость на графике (рис. 9).

Критерии оценивания

Найден объём V_1 воды, поступающей за единицу времени	1
Найдена площадь S_1 между стенками	1
Найдена начальная скорость v_1	1

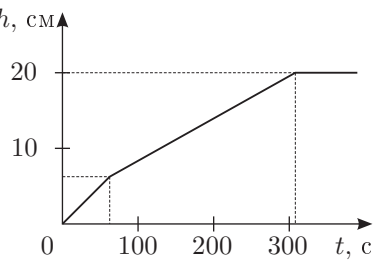


Рис. 9

Указано, что стакан будет всплывать	1
Найдена высота h_1	2
Найдено время t_1	1
Найдена скорость v_2	1
Найдено время t_2	1
Построен график	1

Задача 3. Ледяные бруски

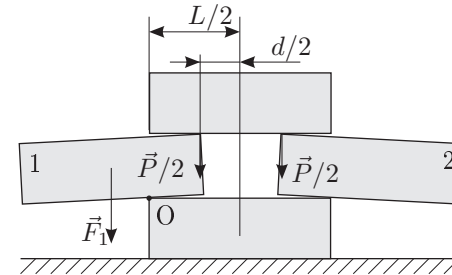


Рис. 10

Система, состоящая из четырех брусков, будет находиться в равновесии, при условии, что сумма моментов внешних сил, действующих на бруски (1) и (2), равна нулю (рис. 10). Запишем правило моментов сил, действующих на брусок (1), относительно точки О. Чтобы яснее представлять место приложения сил, изобразим средние бруски слегка наклонёнными (это

положение они займут, если из раздвинуть на расстояние чуть большее, чем d). Сила тяжести $F_1 = mg$ приложена к центру бруска. Поскольку он сдвинут влево на расстояние $d/2$, то и плечо силы тяжести равно $d/2$. Вес $P = mg$ верхнего бруска приложен к верхним рёбрам брусков (1) и (2) и, следовательно, распределён между ними поровну (к каждому ребру приложена сила $P/2$). Плечо этой силы относительно точки О равно $(\frac{L}{2} - \frac{d}{2})$. Согласно правилу моментов:

$$mg \cdot \frac{d}{2} = \frac{mg}{2} \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{d}{2} \right).$$

Отсюда выражаем d :

$$d = \frac{L}{3}.$$

Критерии оценивания

Указано, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом моментов и указан полюс (например полюс О)	2
Найден вес, действующий со стороны верхнего бруска на выступающий брусок 1	1
Найдено плечо этой силы	2
Найдено плечо силы тяжести, действующей на выступающий брусок	2
Записано уравнение моментов	2
Приведён ответ для d	1

Задача 4. Нить и кусок льда

1. На первом этапе (от $t_0 = 0$ ч до $t_1 = 4$ ч) второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось записывается следующим образом:

$$(m_{\text{ш}} + m_{\text{л}})g + T = F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}}(V_{\text{л}} + V_{\text{с}})g,$$

откуда,

$$T = \left(\left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) m_{\text{л}} + \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right) m_{\text{ш}} \right) g, \quad (3)$$

где $m_{\text{л}}$ и $m_{\text{ш}}$ — массы льда и шарика соответственно в данный момент времени. Значит, коэффициент наклона первого участка графика

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t}.$$

Мощность нагревателя расходуется на таяние льда:

$$N = \lambda \left| \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t} \right| = \frac{\lambda}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} \left| \frac{\Delta T}{\Delta t} \right| = 16,7 \text{ Вт}.$$

2. В момент времени $t_1 = 4$ ч происходит скачок силы натяжения нити, из-за выпадения шарика из кусочка льда. Величина скачка $\Delta T_2 = 0,5$ Н равна весу шарика, то есть $\Delta T_2 = ((\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}})/\rho_{\text{с}})m_{\text{ш}}g$. Откуда масса шарика $m_{\text{ш}} = \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}}} \frac{\Delta T_2}{g}$. Подставив полученное значение в формулу (3), можно выразить m_0 :

$$m_0 = \frac{T_0 + \Delta T_2}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 2,25 \text{ кг}.$$

3. В момент, когда сила натяжения нити T обратится в ноль, ещё не весь лёд растаял (он отделится от нити). Найдем массу m_1 нерастаявшего льда:

$$T_1 = m_1 \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g = 0,4 \text{ Н},$$

$$m_1 = \frac{\rho_{\text{л}} T_1}{g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})} = 0,36 \text{ кг}.$$

Объём изменится за счёт таяния льда массой $m_0 - m_1 = 1,89$ кг:

$$\Delta V = \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{в}}} = 210 \text{ мл}.$$

Критерии оценивания

Установлена связь изменения натяжения нити ΔT с массой растаявшего льда	2
Найдена мощность N нагревателя	2
Найдена масса стального шарика $m_{\text{ш}}$	2
Найдена начальная масса льда m_0	2
Найдено изменение объёма системы ΔV	2