Возможные решения
7 класс

Задача 1. Вдоль да по речке

Пусть скорость катера v, скорость пешехода v_1, велосипедиста v_2, а течения реки u. Тогда, с точки зрения велосипедиста скорость катера в любой момент времени равна

$$v_{\text{кв}} = \frac{v_1 + v_2}{2} + u - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} + u.$$

За небольшое время Δt катер сместится относительно велосипедиста на расстояние:

$$v_{\text{кв}} \Delta t = \frac{v_1 - v_2}{2} \Delta t + u \Delta t,$$

но первое слагаемое справа — это половина расстояния, на которое пешеход отстаёт от велосипедиста, взятое со знаком минус, а второе — смещение воды в реке за время Δt. Если просуммировать все эти небольшие смещения, то получится:

$$0 = -\frac{S}{2} + ut, \qquad \text{откуда} \qquad u = \frac{S}{2t} = 3 \text{ км/ч}.$$

Задача 2. Золото?!

Масса верхнего и нижнего стержней:

$$m_{\text{в}} = (l + L) S \rho_{\text{ст}}. \tag{1}$$

$$m_{\text{н}} = (l + L) S \rho. \tag{2}$$

Рассмотрим систему стержней как целое. Применим правило моментов, приняв в качестве полюса точку O_1 (или O_2).

$$m_{\text{в}} g \left(L - \frac{L + l}{2} \right) = m_{\text{н}} g \frac{L + l}{2}. \tag{3}$$

Решая систему уравнений (1), (2) и (3) получим:

$$\rho = \rho_{\text{ст}} \frac{L - l}{L + l} = 2{,}7 \text{ г/см}^3,$$

то есть нижний стержень изготовлен из алюминия.

Ещё раз воспользуемся правилом моментов для нижнего стержня, удерживаемого в равновесии нитью AB (относительно полюса O_2):

$$m_{\text{н}} g \frac{L+l}{2} = Tl, \qquad \text{откуда} \qquad T = \rho_{\text{ст}} g \left(\frac{L+l}{L-l}\right) \frac{S}{2l} = 6{,}3 \text{ Н}.$$

Задача 3. Высыпайтесь!

Обозначим объём всех шариков в банке $V_{\text{шар}}$, тогда объём вытесненной из сосуда воды равен $V_{\text{шар}}/5$. Так как уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков, получаем, что:

$$\frac{1}{5}V_{\text{шар}} + \frac{4}{5}V_{\text{шар}} = \frac{4}{5}V_0, \qquad \text{откуда} \qquad V_{\text{шар}} = \frac{4}{5}V_0 = 800 \text{ мл}.$$

Изменение показаний весов:

$$\Delta m = \frac{1}{5}V_{\text{шар}}(\rho - \rho_0), \qquad \text{окончательно} \qquad \rho = \frac{25\Delta m}{4V_0} + \rho_0 = 9000 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 4. Трасса

Длина колонны из N машин, проходящих за время t мимо неподвижного наблюдателя на трассе, равна $(s+L)N$. Скорость этой колонны равна

$$v = \frac{s+L}{t}N.$$

Отношение $n = N/t$ — заданная в условии интенсивность транспортного потока n. Окончательно получаем:

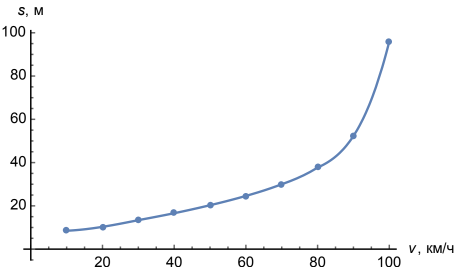

Рис. 8

$$s = \frac{v}{n} - L$$

По приведённой в условии зависимости можно составить таблицу интенсивности транспортного потока от скорости, которую с помощью полученной формулы следует пересчитать в дистанцию между машинами.

v, км/ч	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
n, авт/ч	800	1400	1720	1940	2060	2100	2060	1920	1600	1000
s, м	8,5	10,3	13,4	16,6	20,3	24,6	30,0	37,7	52,3	96,0

По данным таблицы строим график зависимости $s(v)$ (рис. 8).