

**7 класс**

**Задача 1. Ахиллес и черепахи.** Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает  $n_1 = 5$  черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту  $n_2 = 45$  черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться  $n_3 = 105$  черепах. Какое расстояние  $L$  успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит  $S = 100$  м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

**Возможное решение (Замятнин М.).** Пусть расстояние между черепахами  $l$ , тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1} \text{ мин};$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2} \text{ мин};$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3} \text{ мин}.$$

Откуда  $k = \frac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2$ , а  $L = S \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 10$  м.

**Возможное решение 2 (Парфенов К.).** Черепах можно считать по-разному. Наиболее естественный вариант – начинать отсчет от первой встретившейся и считать последнюю проползшую мимо спустя минуту, то есть между 1-й и 5-й проходят 4 черепахи. Тогда записанные выше уравнения приобретают вид:  $\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1 - 1}$  мин.,  $\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2 - 1}$

мин.,  $\frac{l}{u_1 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3 - 1}$  мин. Тогда  $k = \frac{25}{13} \approx 1,92$  и  $L = \frac{25}{3} \approx 8,33$  м.

Поэтому в общем случае  $\frac{25}{13} \leq k \leq 2$  и  $\frac{25}{3} \leq L \leq 10$  м.

**Критерии оценивания**

- |   |                |
|---|----------------|
| 1) Уравнения для движения черепах мимо неподвижного Ахиллеса        | <b>2 балла</b> |
| 2) Уравнение для бегущего Ахиллеса                                  | <b>2 балла</b> |
| 3) Уравнение для Ахиллеса, едущего на велосипеде                    | <b>2 балла</b> |
| 4) Выражение и численный ответ для пройденного черепахой расстояния | <b>2 балла</b> |
| 5) Выражение и численный ответ для отношения скоростей              | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

**Задача 2. Из Парижа в Версаль.** Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п.

Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скорость  $v_{\text{cp}}$  курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:* 1 лье равен 4 км.

**Возможное решение (М. Замятнин).** В десятичном времени путешествие длилось  $67940 - 35678 = 32262$  дес. секунд. По условию  $50000$  дес. секунд = 12 час. Следовательно,  $32262$  дес. секунд = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно  $2 \cdot 5,2 \cdot 4$  км = 41,6 км. Откуда  $v_{\text{cp}} = 5,37 \approx 5,4$  км/ч.

#### Критерии оценивания

- |  |                |
|--|----------------|
| 1) Найдена длительность путешествия в десятичном времени       | <b>2 балла</b> |
| 2) Перевод времени движения в привычные часы (привычное время) | <b>4 балла</b> |
| 3) Перевод пути из лье в километры                             | <b>2 балла</b> |
| 4) Определена средняя скорость                                 | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

**Задача 3. Среднее через среднее.** На графике (рис. 1) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

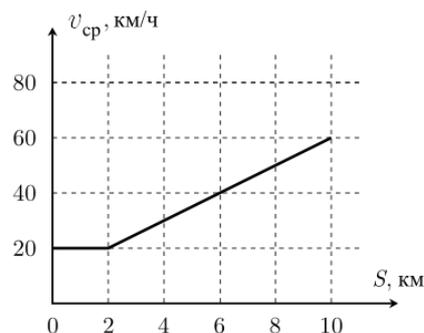


Рис. 1

**Возможное решение (Михайлов З.).** Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.

Время, за которое было пройдено некоторое расстояние  $s$  равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени  $t = s / v_{\text{ср}}$ .

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала  $2 \text{ км} / (20 \text{ км/ч}) = 0,1 \text{ ч} = 6 \text{ мин}$ , а 10-го километра машина достигла через  $10 \text{ км} / (60 \text{ км/ч}) = 10 \text{ мин}$  после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло  $4 \text{ мин} = (1/15) \text{ ч}$ . Средняя скорость на этапе разгона равна  $v_{\text{ср}} = 8 \text{ км} / (1/15) \text{ ч} = 120 \text{ км/ч}$ .

#### Критерии оценивания

- |   |                |
|---|----------------|
| 1) Определен участок, на котором машина разгонялась           | <b>2 балла</b> |
| 2) Формула для времени движения через путь и среднюю скорость | <b>1 балл</b>  |
| 3) Найдено время движения до начала разгона                   | <b>2 балла</b> |
| 4) Найдено время движения до окончания разгона                | <b>2 балла</b> |
| 5) Найдена средняя скорость на этапе разгона                  | <b>3 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

**Задача 4. Поплавок.** Из листа жести толщиной  $d = 1,0$  мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со стороной  $a = 90$  см и квадратными сквозными отверстиями со стороной  $b = 30$  см. Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести  $\rho = 7\,800$  кг/м<sup>3</sup>. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь.

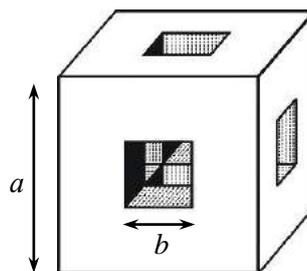


Рис. 2

*Примечание.* При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении тела в эту жидкость.

**Возможное решение (Михайлов З.).** Масса  $m_b$  жестяного квадрата со стороной  $b$  равна  $m_b = b^2 d \rho = 0,702$  кг. Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба  $M = 6 \cdot 12 \cdot m_b = 50,544$  кг.

Объем  $V$  поплавка, с учетом вырезанных полостей,  $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0,54$  м<sup>3</sup>.

Средняя плотность поплавка  $\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6$  кг/м<sup>3</sup>.

#### Критерии оценивания

- |   |         |
|---|---------|
| 1) Определена площадь поверхности куба          | 2 балла |
| 2) Формула связи массы, плотности и объема куба | 1 балл  |
| 3) Определена масса куба                        | 3 балла |
| 4) Найден объем поплавка                        | 2 балла |
| 5) Рассчитана средняя плотность                 | 2 балла |

**Решение (2).** Сначала найдем массу поплавка. Он состоит из 6 «внешних» пластин массой

$$6m_a = 6(a^2 - b^2)d\rho = 33,7 \text{ кг.}$$

и 24 «внутренних» частей массой  $24m_b = 24b^2 d\rho = 16,85$  кг.

Масса всего поплавка  $M = 6m_a + 24m_b = 50,544$  кг.

Объем поплавка  $V = a^3 - 7b^3 = 0,54$  м<sup>3</sup>.

Средняя плотность поплавка равна его массе, деленной на объем пространства, который он занимает:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6 \text{ кг/м}^3.$$

#### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Рассчитан объем или масса одной «внешней» пластины          | 2 балла |
| 2) Рассчитан объем или масса одной малой «внутренней» пластины | 2 балла |
| 3) Рассчитана масса $M$ поплавка                               | 1 балл  |
| 4) Рассчитан объем $V$ всего поплавка                          | 3 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

5) Найдено численное значение средней плотности  $\rho_{cp}$

**2 балла**

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.  
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>