

8 класс**Задача 1. Мост**

Из графика видно, что вначале датчик показывает постоянную силу, действующую только со стороны моста (поезд ещё не заехал). Так как мост однородный, то на вторую опору действует такая же сила:

$$2N_1 = Mg,$$

где $N_1 = 5000$ кН, откуда $M = 2N_1/g = 1000$ тонн.

Правило моментов относительно точки B даёт

$$NL = Mg\frac{L}{2} + \frac{mgx}{l} \left(L - \frac{x}{2} \right),$$

следовательно,

$$N = \frac{Mg}{2} + \frac{mg}{l}vt - \frac{mg}{2Ll}v^2t^2.$$

Это уравнение параболы с ветвями, направленными вниз, что согласуется с условием. Датчик находится в точке A .

Заметим, что с 10 секунды по 20 секунду на опору так же действует постоянная сила. Это означает, что момент силы тяжести той части поезда, что находится на мосту, постоянен относительно, скажем, точки B . Понятно, что такое возможно, когда длина поезда больше длины моста и поезд занимает весь мост. Это продолжается в течение времени

$$t_1 = 10 \text{ с} = \frac{l - L}{v}. \quad (1)$$

Из графика видно, что поезд полностью заезжает на мост за

$$t_2 = 5 \text{ с} = \frac{L}{v}. \quad (2)$$

Складывая уравнения (1) и (2), получим что

$$\frac{l}{v} = t_1 + t_2 = 15 \text{ с},$$

откуда $v = 14$ м/с, $L = 70$ м.

Теперь найдём массу поезда. В момент времени, когда поезд полностью находится на мосту, центр тяжести захваченной части совпадает с центром тяжести моста. Значит, сила реакции опоры в точке B равна силе реакции опоры в точке A :

$$2N_2 = Mg + m_0g,$$

где $N_2 = 5800$ кН, а $m_0 = mL/l$ — масса части поезда, которая находится на мосту. Значит,

$$m = \frac{l}{L} \frac{2N_2 - Mg}{g} = 480 \text{ тонн.}$$

Задача 2. Дорога из Простоквашино

Решение задачи существенно упрощается, если построить и проанализировать графики движения Печкина и дяди Фёдора. За начало отсчёта времени принимаем момент, когда дядя Фёдор выезжает из Простоквашино. К этому моменту времени Печкин преодолел некоторый путь S_0 .

Согласно условию задачи, встреча состоялась после остановок, и неизвестно, когда именно они происходили, поэтому для определенности изобразим их в начале отсчёта. Прямая 1а является графиком запланированного движения Печкина, а прямая 1б — с остановкой продолжительностью τ_1 . Аналогично, прямая 2а является графиком запланированного движения дяди Фёдора, а 2б — с остановкой продолжительностью τ_2 . Точке 1 соответствует запланированная встреча, точке 2 — встреча по версии дяди Фёдора, точке 3 — по версии Печкина, точке 4 — реальная встреча (рис. 9).

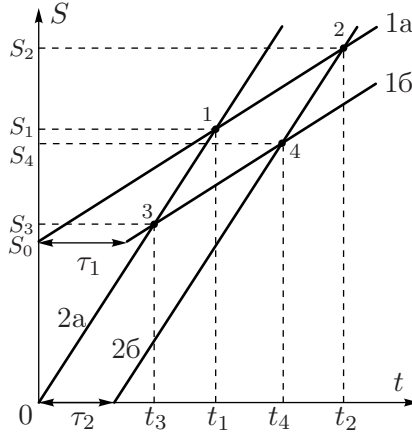


Рис. 9

По условию задачи $t_2 - t_1 = 45$ мин, $t_2 - t_4 = 30$ мин, $S_1 - S_3 = 15$ км, $S_4 - S_3 = 9$ км. Тогда скорость дяди Фёдора равна:

$$v = \frac{S_1 - S_3}{t_1 - t_3} = \frac{S_1 - S_3}{t_2 - t_4} = 30 \text{ км/ч},$$

а Печкина:

$$u = \frac{S_4 - S_3}{t_4 - t_3} = \frac{S_1 - S_3}{t_2 - t_1} = 12 \text{ км/ч}.$$

Задача 3. Старая батарея

Чтобы сохранилась мощность, рассеиваемая батареей, её температура после замены трубы должна остаться прежней. Так как изменение температуры воды на входе и выходе батареи невелико, то будем считать, что ей изначально передавала тепло вода, имевшая среднюю арифметическую температуру:

$$T_1 = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Заметим, что температура самой батареи меньше температуры воды, но больше комнатной. После замены трубы комнатная температура не изменилась, следовательно, не изменилась и температура батареи. И поэтому:

$$T_2 = T_1 = \frac{t_3 + t_4}{2},$$

где t_4 — новая температура на выходе. Из записанных выше уравнений находим $t_4 = t_1 + t_2 - t_3 = 76^\circ\text{C}$. За одинаковое время τ вода должна отдавать батарее одинаковое количество теплоты, следовательно, мощность батареи:

$$P = \frac{Q}{\tau} = v_1 S_1 \rho c (t_1 - t_2) = v_2 S_2 \rho c (t_3 - t_4),$$

откуда:

$$v_2 = v_1 \frac{S_1 (t_1 - t_2)}{S_2 (t_3 - t_4)} = 0,20 \text{ м/с.}$$

Мощность батареи $P = v_1 S_1 \rho c (t_1 - t_2) = 4,0 \text{ кВт}$.

Задача 4. Звезда – треугольник

1. Вольтметр показывает значение силы тока, текущего через него, умноженное на его сопротивление. Поэтому для первой схемы имеем:

$$U_1 = I_1 r_V, \quad \text{откуда} \quad r_V = \frac{U_1}{I_1} = 1 \text{ кОм.}$$

В той же схеме омметр показывает суммарное сопротивление $R_1 = r_A + r_V$ приборов, подключенных последовательно к его выводам, откуда

$$r_A = R_1 - r_V = 100 \text{ Ом.}$$

Для первой схемы можно записать еще одно уравнение, связывающее параметры приборов. Напряжение на концах источника омметра U равно сумме падений напряжений на внутренних сопротивлениях приборов:

$$U = I_1 (r + r_A + r_V) = I_1 (r + R_1). \quad (3)$$

2. Рассмотрим эквивалентную схему при соединении приборов звездой:

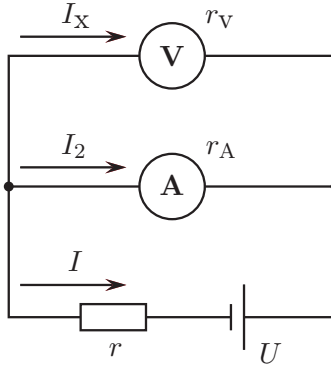


Рис. 10

Сила тока, текущего через амперметр во второй схеме, равна I_2 . Приравнявая напряжения на амперметре и вольтметре, получим:

$$r_A I_2 = r_V I_x, \quad (4)$$

$$I = I_2 + I_x = I_2 \left(\frac{r_A}{r_V} + 1 \right) = I_2 \frac{r_V + r_A}{r_V} = I_2 \frac{R_1}{r_V}. \quad (5)$$

Для контура, содержащего амперметр и омметр, справедливо:

$$U = rI + r_A I_2 = r I_2 \frac{R_1}{r_V} + r_A I_2 = I_2 \left(r \frac{R_1}{r_V} + r_A \right). \quad (6)$$

Из (3), (6) получим сопротивление омметра:

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 r_A}{I_2 R_1 / r_V - I_1} = 750 \text{ Ом},$$

и напряжение источника $U = I_1 (r + R_1) = 1,85 \text{ В}$.

3. Из (4) показания вольтметра в новой схеме:

$$U_2 = I_2 r_A = 2 \text{ мА} \cdot 100 \text{ Ом} = 0,2 \text{ В}.$$

Омметр покажет эквивалентное сопротивление соединенных параллельно амперметра и вольтметра:

$$R_2 = \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} = 91 \text{ Ом}.$$