РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 7.1

На некотором участке автомобили движутся со скоростью v_0 и одинаковой плотностью потока λ_0. Через произвольную границу на этом участке в единицу времени проезжает $v_0\lambda_0$ автомобилей.

Так как протяженность пробки постоянна, то «хвост» и «голова» движутся с одинаковой скоростью u. Предположим, что автомобильная пробка движется в направлении от города B к городу A. Перейдем в систему отсчёта, движущуюся со скоростью u, равной скорости движения пробки. Тогда автомобили приближаются к «хвосту» пробки со скоростью $v_1 + u$, удаляются от «головы» пробки со скоростью $v_2 + u$, а в пробке они движутся со скоростью $v + u$.

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки на «хвосте» в единицу времени:

$$\lambda_1(v_1 + u) = \lambda(v + u) \tag{1}$$

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки в «голове» в единицу времени:

$$\lambda_2(v_2 + u) = \lambda(v + u) \tag{2}$$

Решая систему уравнений (1) – (2), получаем:

$$u = \frac{\lambda_2 v_2 - \lambda_1 v_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 10 \text{ км/ч},$$

$$v = \frac{\lambda_1(\lambda - \lambda_2)v_1 - \lambda_2(\lambda - \lambda_1)v_2}{\lambda(\lambda_1 - \lambda_2)} = 5 \text{ км/ч}.$$

Так как $u > 0$, предположение о направлении движения пробки верно. Автомобилю, чтобы попасть в город B из города A потребуется время $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, где τ_1 – время движения с момента выезда из города A до попадания в пробку, τ_2 – время движения в пробке, τ_3 – время движения с момента выезда из пробки до прибытия в город B.

$$\tau_1 = \frac{L - l}{2(v_1 + u)} = 20 \text{ мин},$$

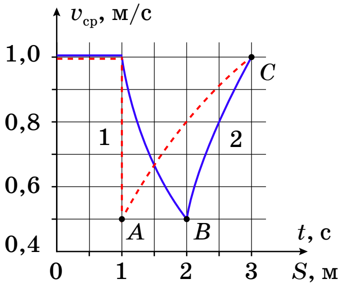
$$\tau_2 = \frac{l}{v + u} = 40 \text{ мин},$$

$$\tau_3 = \frac{L - l + 2u(\tau_1 + \tau_2)}{2v_2} = 18 \text{ мин}.$$

Откуда полное время движения равно $\tau = 78$ мин.

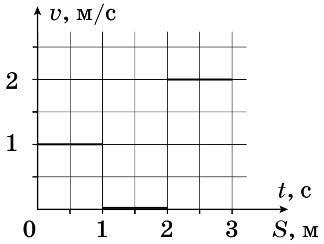
Задача 7.2

1) На первом участке средняя скорость не меняется – это соответствует равномерному движению. Так как за 1 с муха пролетает 1 м, ее скорость равна $v = 1$ м/с.



2) Определим, какой график соответствует времени, а какой пути. На первом графике скачком изменяется средняя скорость (вертикальный участок). Так как время должно изменятся, первый график соответствует зависимости средней скорости от пути. Скорость на этом участке равна нулю.
Рассмотрим точку C на графике:

$$v_{ср} = v = \frac{S_C}{t_C} = \frac{vt_0 + v_2(t - t')}{t},$$



где t_0 – время окончания первого участка равномерного движения (точка A), t' – время начала повторного движения мухи (точка B). Из графика, получаем $v_2 = 2v$. Для нахождения масштаба по оси скорости рассмотрим точку B:
$v_{ср} = S_B/t_B = 0{,}5$ м/с $= v/2$. Одному делению соответствует 0,1 м/с.

Задача 7.3

При равновесии механической системы сумма работ действующих на систему внешних сил при любых малых виртуальных (возможных) перемещениях системы равна нулю. Так как верхний шарнир находится на высоте втрое большей высоты нижнего шарнира, то при перемещении нижнего шарнира вверх на малое расстояние x верхний шарнир переместится вверх на $3x$.

Так как работа действующих на систему сил реакций N равна нулю, по закону сохранения энергии: $3Tx - 3m_0gx - Mgx = 0$, где T – сила натяжения верхней нити, m_0 – масса груза, подвешиваемого к верхнему шарниру. Откуда: $T = m_0x + Mg/3$.

Из условия равновесия системы: $T + 2N = m_0g + Mg$. Сила реакции: $N = Mg/3$ и не зависит от массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза.

При различных значениях массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = mg + \dfrac{Mg}{3} \\ T_2 = \dfrac{mg}{2} + \dfrac{Mg}{3} \end{cases}.$$

Решая данную систему уравнений, находим массы грузов и силу реакции:

$$m = \frac{2(T_1 - T_2)}{g} = 2 \text{ кг},$$

$$M = \frac{3(2T_2 - T_1)}{g} = 3 \text{ кг},$$

$$N = \frac{Mg}{3} = 2T_2 - T_1 = 10 \text{ Н}.$$

Задача 7.4

По закону Паскаля, действие атмосферного давления на тело скомпенсировано. Поэтому в решении оно рассматриваться не будет.

При добавлении столба жидкости высотой H в трубку сила реакции со стороны трубки на тело обращается в ноль ($N = 0$).

Условие равновесия для тела имеет вид: $mg - F - pS - N = 0$, где F – сила, действующая со стороны жидкости в сосуде на тело, p – гидростатическое давление в трубке под телом.

На тело жидкость действует с силой Архимеда $F_A = \rho g V$, за вычетом силы гидростатического давления на площадку S снизу в месте контакта с трубкой. Поэтому $F = F_A - 3\rho g h S$.

Подставив F в условие равновесия, получим:

$3\rho g V = \rho g V - 3\rho g h S + 2\rho H g S$ или $\Delta V = HS = 7hS/2 = 140$ см^3.