Всероссийская олимпиада школьников
II (муниципальный) этап
10 класс

Фамилия, имя, отчество
Серия № документа
Класс (номер и буква)
Образовательное учреждение
Название предмета
Номер аудитории
Дата проведения олимпиады

Общее время выполнения работы – 4 астрономических часа.

Задание 1
Докажите неравенство:
$$\left|\frac{x+y}{1+xy}\right|<1$$
при $|x| < 1$, $|y| < 1$.
Количество баллов 7

Задание 2
На дереве растет 2011 апельсинов и 2010 бананов. Разрешено срывать одновременно два фрукта. Если срывают два одинаковых фрукта, то вместо них мгновенно вырастает один банан. Если же срывают два разных фрукта, то вместо них мгновенно вырастает один апельсин. Через некоторое время на дереве остался один фрукт. Что это за фрукт - банан или апельсин?
Количество баллов 7

Задание 3
Площадь трапеции равна 1. Какую наименьшую величину может иметь наибольшая диагональ этой трапеции?
Количество баллов 7

Задание 4
Существуют ли числа p и q такие, что уравнения $x^2+(p-1)x+q=0$ и $x^2+(p+1)x+q=0$ имеют по два различных корня, а уравнение $x^2+px+q=0$ не имеет корней?
Количество баллов 7

Задание 5
На доске записаны числа 1, 2, 3, ..., 1000. Двое по очереди стирают по одному числу. Игра заканчивается, когда на доске остаются два числа. Если их сумма делится на три, то побеждает тот, кто делал первый ход, если нет – то его партнер. Кто из них выиграет при правильной игре?
Количество баллов 7