

**РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**II этап, 2013 год**  
**7 класс**

**7.1.** Рыбак от озера прошел на север 8 км, затем повернул на юг и прошел 12 км, после чего повернул на запад и прошел 4 км и снова на север 4 км. На каком расстоянии от начала пути он находится?

**Ответ:** 4 км.

**7.2.** В ряд выложены карточки, на которых написаны числа 7, 8, 9, 4, 5, 6, 1, 2, 3. Разрешается взять несколько подряд лежащих карточек и перевернуть их в обратном порядке. Можно ли за три таких операции добиться расположения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

**Ответ:** Да.

Сначала перекладываем первые шесть карточек в обратном порядке, получится 654987123, далее перекладываем с 4 по 9 карточки, получится 654321789, затем снова первые 6 карточек.

**7.3.** На доске написано 2013 целых чисел. Докажите, что всегда можно стереть одно число так, что сумма оставшихся будет четной.

Найдем сумму всех чисел. Если она нечетна, то среди слагаемых есть хотя бы одно нечетное, стираем его и получаем четную сумму оставшихся чисел. Если сумма всех чисел четна, то среди чисел есть хотя бы одно четное (поскольку сумма нечетного числа нечетных чисел нечетна). Стираем четное число и получаем четную сумму оставшихся.

**7.4.** Юра шел по дороге и встретил трактор, тащивший за собой длинную трубу. Юра решил измерить длину трубы. Для этого он прошел вдоль нее “против движения трактора” и насчитал 20 шагов. После этого он прошел вдоль трубы “по движению трактора” и насчитал 140 шагов. Зная, что его шаг равен 1 м, Юра смог найти длину трубы. Чему она равна? Не забудьте обосновать ответ.

**Ответ:** 35 м.

Пусть за то время, что Юра делает 20 шагов, труба проезжает  $x$  метров. Обозначив длину трубы через  $L$ , получим:  $20=L-x$ ,  $140=L+7x$ . Отсюда  $L=(140+20\cdot 7):8=35$ .

**7.5.** У Васи была 101 настоящая монета. Одну из них заменили на фальшивую (она отличается по весу, но неизвестно, легче она или тяжелее настоящей). Васе хочется за одно взвешивание на чашечных весах без гирь найти как можно больше настоящих монет. Что он должен сделать и сколько настоящих монет он сможет найти?

**Ответ.** 50 монет.

Разделим монеты на кучки 25; 25; 51 и положим кучки из 25 монет на весы. Если весы в равновесии, то эти кучки содержали настоящие монеты, и мы нашли 50 настоящих монет. Если весы не в равновесии, то настоящие монеты в третьей кучке, и мы нашли 51 настоящую монету. Таким об-

разом, в любом случае удастся обнаружить 50 настоящих монет. Докажем, что больше нельзя. Если на чаши весов положить одинаковое количество монет, не большее 24, то в случае равенства удастся гарантированно определить не более 48 настоящих монет. Если на чаши весов положить одинаковое количество монет, не меньшее 26, то в случае неравенства удастся определить не более 49 настоящих монет – это монеты, которые не были на чашах.

**Комментарий.** Если предложен правильный алгоритм определения меньшего, чем 50, количества настоящих монет, то оценка – 1 балл. Если предложен правильный алгоритм определения 50 настоящих монет (без обоснования максимальности), то оценка – 3 балла.