2013 год

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

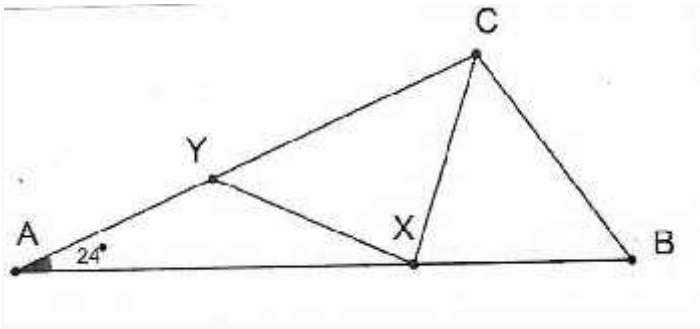
Решения

8 класс

1. Нарисуем схему: планетами будут соответствовать точки, а соединяющим их маршрутам - непересекающиеся между собой линии. Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя.

Ответ: нельзя.

2.



Заметим, что $AY = XY$, так как X лежит на окружности с центром в Y, проходящей через A. Тогда треугольник $AY\ X$ является равнобедренным, и $\angle AXY = \angle XAY = 24^0$. Поскольку $\angle XYC$ - внешний для треугольника AXY, то $\angle XYC = \angle\ AXY + \angle XAY = 48^0$. Точки Y, C, B лежат на окружности с центром в X, поэтому $XY = XC = XB$, треугольники YXC и BXC являются равнобедренными. Значит, $\angle XCY = \angle XYC = 48^0$, $\angle XCB = \angle ABC$. Сумма углов в треугольнике ABC должна быть равна 180^0, поэтому
$180^0 = \angle BAC + \angle XCY + \angle XCB + \angle ABC = 24^0 + 48^0 + 2\angle ABC$. Отсюда получаем, что $2\angle ABC = 180^0 - 24^0 - 48^0 = 108^0$, тем самым $\angle ABC = 54^0$**.**

Ответ: 54°.

3. "То" да "это", да половина "того" да "этого" — это полтора "того" да "этого", что в 2 раза больше трех четвертей "того" да "этого", т.е. составляет от них 200%.

Ответ: 200%.

4. Пусть изучающих французский в первой группе x человек, тогда во второй их $3x$. Пусть изучающих английский во второй группе y человек, тогда в первой их $4y$. Всего в первой группе $x+4y-5$ человек, а во второй $3x+y-5$ человек. Приравнивая эти значения, получаем, что $3y=2x$, откуда следует, что y – чётное число. Заметим также, что $y \geq 5$, т.к. если два языка учат 5 человек, то уж английский язык как минимум пять человек изучает. Отсюда получается, что минимальное значение $y=6$, тогда $x=9$, а всего в одной группе учатся $x+4y-5=9+24-5=28$ студентов.
Ответ: 28 студентов.

5. $\overline{ababab} = 10101 \cdot \overline{ab} = 7 \cdot 1443 \cdot \overline{ab}$, а $217 = 7 \cdot 31$. При этом число 31 – простое, и число 1443 на него не делится. Поэтому число $\overline{ababab}$ делится на 217 тогда и только тогда, когда число $\overline{ab}$ делится на 31, то есть при $\overline{ab}$, равном 31, 62 и 93.

Ответ: 3.