2013 год

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

11 класс

1. Противостояния Марса, то есть ситуации, когда Земля расположена между Марсом и Солнцем, происходят каждые 780 земных суток. Определить период обращения Марса вокруг Солнца. Земной год считать равным 365,25 суток, орбиты Земли и Марса считать лежащими в одной плоскости.

2. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – попарно различные положительные числа, $n \geq 3$. Доказать, что среди них можно выбрать такие два числа x_i и x_j, что

$$0 < \frac{x_i - x_j}{1 + x_i x_j} < \operatorname{tg} \frac{\pi}{2(n-1)}.$$

3. Длины сторон треугольника являются корнями уравнения $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Найти площадь треугольника.

4. Какова наибольшая площадь ортогональной проекции единичного куба на плоскость?

5. Двенадцать карандашей заточены так, что все они имеют разные длины. Маша хочет положить карандаши в коробку в два ряда по 6 штук в ряд так, чтобы в каждом ряду длины карандашей убывали слева направо, и каждый карандаш из второго ряда лежал на более длинном карандаше. Сколькими способами она может это сделать?