

Решения задач и критерии оценивания

7.1. Две черепахи ползут наперегонки. Первая проползает 4 метра за каждые 9 часов, а вторая – 5 метров за каждые 11 часов. Какая черепаха ползет быстрее?

Ответ. Вторая.

За 99 часов первая черепаха проползает 44 метра, а вторая 45.

7.2. Придя в тир, Петя купил 5 пуль. За каждый успешный выстрел ему дают еще 5 пуль. Петя утверждает, что он сделал 50 выстрелов и 8 раз попал в цель, а его друг Вася говорит, что этого не может быть. Кто из мальчиков прав?

Ответ: прав Вася.

Если Петя купил вначале 5 пуль, а всего сделал 50 выстрелов, то 45 пуль он получил за успешные выстрелы. Но для этого ему надо было попасть в цель 9 раз. А он утверждает, что сделал только 8 метких выстрелов. Значит, он не прав.

7.3. Шифр кодового замка является двузначным числом. Буратино забыл код, но помнит, что если к числу прибавить 9, то число станет делиться на 9, а его цифры поменяются местами и получится новое двузначное число. Напишите все возможные варианты кода, чтобы Буратино смог быстрее открыть замок (обязательно обоснуйте, что других вариантов нет).

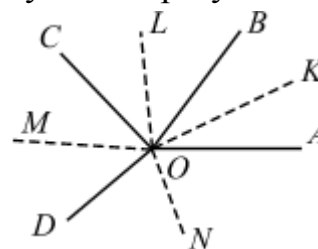
Ответ: 45.

Обе цифры шифра – ненулевые. Во-первых, потому, что двузначное число должно иметь ненулевую цифру десятков. Во-вторых, поскольку цифры поменяются местами, и получится новое двузначное число, то на месте единиц числа не может стоять цифра 0. При прибавлении 9 ненулевая цифра единиц уменьшится на 1 и станет цифрой десятков первого числа. Это означает, что цифры десятков и единиц отличаются на 1. Само число должно делиться на 9, так как, прибавив к нему число, получаем число делящееся на 9. Значит, сумма цифр числа должна делиться на 9, а точнее должна быть равна 9, так как число 99 не подходит. Такими цифрами являются 4 и 5. Проверка $45 + 9 = 54$.

Замечание. Только ответ без проверки – 1 балл; ответ с проверкой без обоснования единственности до 3 баллов. Решение может быть основано на переборе вариантов. Если при этом пропущен какой-либо вариант, то не более 3 баллов.

7.4. Из точки на листе бумаги провели четыре луча, делящих плоскость на четыре угла. Затем лист разрезали по биссектрисам этих углов на четыре части (которые также являются углами). Докажите, что два из этих углов образуют в сумме 180 градусов, и два других тоже.

Пусть лучи выходят из точки O . Обозначим их по кругу OA , OB , OC и OD . Лучи OK , OL , OM , ON – биссектрисы углов AOB , BOC , COD , DOA , соответственно. Тогда сумма углов AOB , BOC , COD , DOA равна 360 градусов, а сумма углов KOL и MON равна половине этой суммы, как и сумма углов LOM и NOK .



7.5. Малыш подарил Карлсону 111 конфет. Сколько-то из них они тут же съели вместе, 45% оставшихся конфет пошли Карлсону на обед, а треть конфет, оставшихся после обеда, нашла во время уборки фрекен Бок. Сколько конфет она нашла?

Ответ: 11 конфет.

Поскольку 45% составляют $\frac{9}{20}$ от количества конфет, которые остались перед обедом Карлсона, это число кратно 20. Обозначим его $20 \cdot n$. По условию $20 \cdot n \leq 111$, значит, $n \leq 5$. После обеда осталось $20 \cdot n - (20 \cdot n) \cdot \frac{9}{20} = 11 \cdot n$ конфет. Фрекен Бок нашла треть этого количества, то есть $11 \cdot n$ делится на 3. Значит, n делится на 3, $n = 3$, а фрекен Бок нашла 11 конфет.