

8.1. У Карлсона есть варенье в семи банках вместимостью 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 литров. Он решил расставить своё варенье на четыре полки так, чтобы на каждой полке было одинаковое количество литров. Помогите Карлсону.

Пример распределения: первая полка банки по 3 и 4 литра, вторая – 2 и 5 литров, третья – 1 и 6 литров, четвёртая – 7 литров.

Замечание. 7 баллов за пример.

8.2. Цена билета на стадион была 25 рублей. После снижения цен на билеты, число зрителей на стадионе увеличилось на 50 %, а выручка с проданных билетов увеличилась на 14 %. Сколько стал стоить билет на стадион после снижения цен?

Ответ: 19 руб.

Обозначим: a – количество зрителей, приходивших на стадион; x – доля новой цены билета, относительно цены в 25 рублей. Новая выручка составила: с одной стороны $(25 \cdot x) \cdot a \cdot 1,5$, с другой стороны $25 \cdot 1,14 \cdot a$. Из равенства $(25 \cdot x) \cdot a \cdot 1,5 = 25 \cdot 1,14 \cdot a$ получим $x = 0,76$ и $25 \cdot 0,76 = 19$.

8.3. К числу 2014 приписали по цифре слева и справа. Полученное таким образом шестизначное число стало делиться на 36. Найдите все такие шестизначные числа.

Ответ: 220140, 720144, 320148.

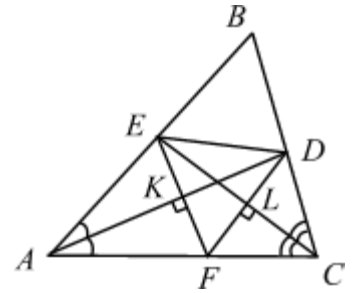
Число делится на 36, если и только если оно делится на 4 и на 9. По признаку делимости на 4 справа надо приписать такую цифру a , чтобы двузначное число $4a$ делилось на 4. Возможны три варианта: 0, 4 и 8. По признаку делимости на 9 слева надо приписать такую цифру b , чтобы сумма цифр числа $b2014a$ делилась на 9. Варианты $a = 0, 4$ и 8 приводят однозначно к $b = 2, 7$ и 3 .

Замечание. Только ответ с проверкой, но без объяснений об отсутствии других чисел, до 2 баллов.

8.4. В треугольнике ABC провели биссектрисы AD и CE . Оказалось, что $AE + CD = AC$. Найдите угол B .

Ответ: угол B равен 60° .

Обозначим α и γ – величины углов A и C треугольника ABC . На стороне AC отложим отрезок AF , равный AE . Из условия получим равенство отрезков CD и CF . Пусть биссектрисы AD и CE пересекают отрезки EF и FD в точках K и L . В равнобедренном треугольнике FAE отрезок AK является биссектрисой, значит, медианой и высотой, как и отрезок CL в FCD . В треугольнике EFD отрезки EL и DK являются медианами и высотами, значит, он равносторонний. Далее, $\angle AFE = 90^\circ - \alpha/2$, $\angle EFD = 60^\circ$, а $\angle DFC = 90^\circ - \gamma/2$. Сложив эти углы и приравняв к 180° , получим $\alpha + \gamma = 120^\circ$. Значит, угол B равен 60° .



8.5. На доске написали числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Одно число изменили на 1, потом одно из написанных изменили на 2, затем – на 3, и так далее до изменения на 10. Можно ли таким образом получить другие десять подряд идущих натуральных чисел?

Ответ: нет, нельзя.

Среди написанных чисел на доске имеется пять нечетных чисел 1, 3, 5, 7, 9 – их количество нечетное. При изменении числа на четное число четность исходного числа не меняется, а при изменении числа на нечетное – четность меняется. После пяти изменений на нечетные числа общее количество нечетных чисел будет четным. Однако среди десяти подряд идущих натуральных чисел имеется ровно пять нечетных чисел.

Замечание. Правильный ответ с объяснениями на примерах – до 2 баллов.