ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
8 КЛАСС

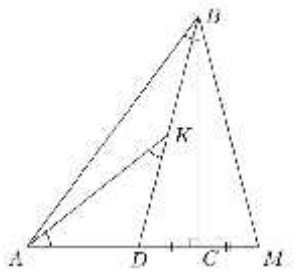
Решения

1. Очевидно, среди трех данных чисел нет равных. Поскольку a>b , a-b>0, откуда (b-c)(c-a)>0. Допустим, c>a. Тогда c -a >0 и b-c>0, т.е. b>c>a – противоречие с условием.
   Ответ: a>c.

2. Предположим, что Вася прогулял ровно 64 урока. Заметим, что сентябрь содержит четыре полные недели и еще 2 подряд идущих дня. За одну полную неделю Вася прогулял 1+2+3+4+5=15 уроков, т.е. за четыре недели Вася прогулял ровно 60 уроков, а за два подряд идущих дня – 4 урока. Но если среди этих двух дней есть выходной, то оставшийся день – понедельник или пятница, в которые Вася прогуливает 1 или 5 уроков, и в сумме не получается 64 прогула, т.е. не подходит. Если же оба дня учебные, то Вася должен прогулять нечетное количество уроков(3, 5, 7 или 9), что также не равно 64 при подсчете общей суммы прогулов. Значит, Вася не мог прогулять ровно 64 урока.
   Ответ: не могло.

3. Пусть в третьем ряду сидит x человек. Так как средний возраст равен сумме возрастов, деленной на количество человек, то после пересаживания суммарный возраст детей на первом ряду увеличился на 12 недель, на втором ряду – увеличился на 24 недели, а на третьем ряду - уменьшился на 4x недель. Поскольку сумма возрастов всех учеников измениться не могла, то 4x=12+24, т.е. x=9.
   Ответ: 9 человек.

4. Отложим на продолжении DC за точку C отрезок CM=CD (см. рис.). Тогда BD=BM (в треугольнике BDM медиана совпадает с высотой). Имеем $\angle BAK = \angle AKD - \angle ABK = \angle ABC - \angle ABK = \angle KBC = \angle CBM$, так что $\angle BAM = \angle BAK + \angle KAC = \angle CBM + \angle ABC = \angle ABM$. Значит, ΔABC- равнобедренный с основанием AB, т.е. AM=BM.
   Значит, BK=BD-KD=BM-KD=AM-KD=AM-AD=DM=2DC, что и требовалось доказать.



5. Если рядом с 16 стоит число x, то 16 + 1 ≤ 16+x = a^2≤ 16 + 15, откуда a^2 = 25 и x=9. Поэтому у 16 не может быть более одного соседа, и удовлетворяющее условию расположение чисел по кругу невозможно. Пример расположения в строку: 16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15,1, 8.