

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2014/2015 учебный год

Муниципальный этап

11 класс

1. Существует ли натуральное число, сумма цифр квадрата которого равна произведению  $2014 \cdot 2015$ ?
2. Сравните числа  $\sin^{2014} 111$  и  $\cos^{2013} 111$ .
3. Найдите такое целое число  $n$ , что для любого целого  $k$   $2013$ ,  
 $n - k^{2014}$   
 $2013 - k$ .
4. Целые числа  $a > 0$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что квадратный трехчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  имеет два корня большие 1. Докажите, что квадратный трехчлен  $g(x) = 3ax^2 - (c + 2013)x + b + 2015$  будет иметь два различных корня.
5. Какое наибольшее число клеток можно закрасить на доске  $6 \times 6$  так, чтобы никакие четыре закрашенные клетки не могли бы своими центрами образовывать прямоугольник, со сторонами параллельными сторонам доски.
6. Можно ли разбить пространство на кубики с целочисленными ребрами, так чтобы среди всех их ребер не нашлось более 324 одинаковых? Ответ обосновать.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2014/2015 учебный год

Муниципальный этап

11 класс

1. Существует ли натуральное число, сумма цифр квадрата которого равна произведению  $2014 \cdot 2015$ ?
2. Сравните числа  $\sin^{2014} 111$  и  $\cos^{2013} 111$ .
3. Найдите такое целое число  $n$ , что для любого целого  $k$   $2013$ ,  
 $n - k^{2014}$   
 $2013 - k$ .
4. Целые числа  $a > 0$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что квадратный трехчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  имеет два корня большие 1. Докажите, что квадратный трехчлен  $g(x) = 3ax^2 - (c + 2013)x + b + 2015$  будет иметь два различных корня.
5. Какое наибольшее число клеток можно закрасить на доске  $6 \times 6$  так, чтобы никакие четыре закрашенные клетки не могли бы своими центрами образовывать прямоугольник, со сторонами параллельными сторонам доски.
6. Можно ли разбить пространство на кубики с целочисленными ребрами, так чтобы среди всех их ребер не нашлось более 324 одинаковых? Ответ обосновать.