

РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
II (муниципальный) этап, 2014 год, 9 класс

9.1. Винни-Пух и Пятачок поделили между собой торт. Пятачок заплакал, что ему досталось мало. Тогда Пух отдал ему треть своей доли. От этого у Пятачка количество торта увеличилось втрое. Какая часть торта была вначале у Пуха и какая – у Пятачка?

9.2.. Докажите, что для всех положительных чисел a, b, c, d выполняется неравенство $\frac{a^2}{b} + \frac{c^2}{d} \geq \frac{(a+c)^2}{b+d}$.

9.3. Найдите какие-нибудь пять последовательных натуральных чисел, меньших 100, произведение которых делится на 2014.

9.4. Дан прямоугольник $ABCD$. На луче DC отложен отрезок DK , равный DB . M – середина отрезка BK . Докажите что AM – биссектриса угла BAC .

9.5. В уравнении $*x^2 + *x + * = 0$ двое по очереди вместо любой звёздочки ставят произвольное число (при x^2 нуль ставить нельзя). Первый выигрывает, если полученное уравнение не имеет корней, а второй – в противном случае. Может ли кто-нибудь из них выиграть, независимо от игры партнёра?