Общие положения

1) Максимальная оценка за каждую задачу — 7 баллов.

2) 7 баллов ставится за безукоризненное решение задач; 6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение. 4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом. 2 — 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серъёзное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении. 1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален. Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.

3) В случае наличия в одной работе нескольких решений оценивается ровно одно решение, то, которое приносит больше баллов. За другие решения баллы не снимаются и не начисляются.

4) Оценка за задачу не может быть снижена за неаккуратный почерк, ошибки в русском языке, или явные описки в выкладках. Также недопустимо снижение баллов за не чёткий чертёж в геометрической задаче или даже за отсутствие такового. Нельзя требовать с участника олимпиады, чтобы он переписывал условие задачи, в том числе не обязательна краткая запись условия геометрических задач.

5) Школьник имеет право сам выбрать способ решения той или иной задачи; не допускается снижать оценку за то, что выбранный школьником способ решения не самый лучший или отличается от предложенных нами способов.

6) Факты и теоремы школьной программы (в том числе и те, которые приведены только в задачах школьных учебников) следует принимать без доказательств. Школьник имеет право без доказательства использовать любые такие факты, даже если они проходятся в более старших классах. Допускается (также без доказательств) использование математических фактов, изучающихся на факультативах. В частности, без ограничения можно применять формулы аналитической геометрии, математического анализа, принцип математической индукции, теоремы теории графов и т.п.

7) Критерии оценки, приведённые в прилагаемых решениях (таблица в конце решения каждой задачи) являются обязательными и не могут быть изменены. Однако это не означает, что выставляемые за задачу баллы обязательно должны совпасть с приведёнными в таблице: в случае, когда жюри вырабатывает дополнительные критерии (см. следующий пункт) жюри может выставить балл, которого в таблице нет (например, в таблице предусмотрены только 0 и 7 баллов, а

жюри выставляет 5 баллов). Таблицы критериев составлены таким образом, что перечисляют отдельные случаи; накопление баллов за разные пункты не предусмотрено.

8) В случае, если решение школьника принципиально отличается от решений, предложенных программным комитетом, и не может быть подведено под предлагаемые критерии, проверяющие вырабатывают критерии самостоятельно в соответствии с пунктом 2.

9) В случае возникновения спорных ситуаций при проверке работ олимпиады жюри вправе обратиться за разъяснениями и советом к составителям пакета заданий, т.е. к д.ф-м.н. Валерию Трифоновичу Шевалдину (адрес эл. почты **valerii.shevaldin@imm.uran.ru**) и к.ф-м.н. наук Сергею Эрнестовичу Нохрину (адрес эл.почты **varyag2@mail.ru**, тел. +**79220350324**). Мы ответим на все Ваши вопросы.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2015 – 2016 учебном году
6 класс

Время выполнения заданий — 4 часа

6.1. *Замените каким-либо способом в примере на сложение десятичных дробей*

$$0,** + 0,** + 0,** + 0,** = 1$$

каждую звёздочку цифрой 2 *или цифрой* 3 *так, чтобы получилось верное равенство.*

Решение: Сумма четырёх цифр в разряде сотых должна быть кратна 10. Так как каждая из цифр либо 2, либо 3, то среди этих цифр ровно две двойки и две тройки. Тогда сумма цифр в разряде десятков должна заканчиваться цифрой 9, поэтому среди цифр десятков три двойки и одна тройка. Ясно, что любая указанная комбинация цифр подходит.

Ответ: Например, $0{,}32 + 0{,}22 + 0{,}23 + 0{,}23 = 1$.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
приведён хотя бы один верный пример	7 баллов
при отсутствии верного примера имеются верные заключения об его структуре (например, определён набор последних цифр)	не больше 2 баллов
неверные примеры (в любом количестве)	0 баллов

6.2. *Ученики шестого класса отправились на праздник. У каждого мальчика было по* 5 *воздушных шариков, а у каждой девочки — по* 4 *шарика. По дороге дети стали баловаться и прокалывать шарики одноклассников. (Свои шарики дети, конечно же, не прокалывали.) В итоге каждая девочка проколола ровно один шарик, а каждый мальчик — ровно два шарика. Дима сосчитал все уцелевшие шарики, и у него получилось* 100. *Докажите, что Дима ошибся.*

Решение: Давайте считать, что ученик, проколовший шарик, отдаёт в виде компенсации пострадавшему один из своих. Это равносильно тому, что дети прокалывают шарики у себя и только у себя. Тогда каждая девочка расстанется с одним шариком, а каждый мальчик — с двумя. У каждого шестиклассника останется по 3 шарика, поэтому общее число шаров будет кратно трём. А 100 на 3 не делится.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верное доказательство	7 баллов
задача верно сведена к решению линейного уравнения в целых числах, но не доказана его неразрешимость	5 баллов
при отсутствии доказательства имеется идея рассмотреть делимость числа шариков на 3	3 балла
рассматривается делимость на другие числа (не на 3), в том числе идеи, связанные с чётностью	0 баллов
рассмотрены только частные случаи (в любом количестве)	0 баллов

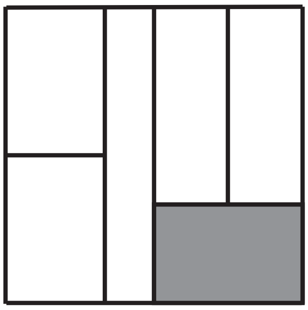
6.3. *Петя, Коля и Вася стартовали одновременно в забеге на* 100 *метров и Петя пришёл первым. Когда Петя пробежал половину дистанции, Коля и Вася в сумме пробежали* 85 *метров. Известно, что скорость каждого из трех мальчиков постоянна на протяжении всей дистанции. Сколько метров в сумме осталось пробежать до финиша Коле и Васе, когда Петя пришёл к финишу? Ответ обоснуйте.*

Решение: Так как скорости каждого из мальчиков постоянны, за то время, пока Петя пробегает вторую половину дистанции, Коля и Вася в сумме пробегут те же самые 85 метров, а всего с момента старта $2 \cdot 85 = 170$. А пробежать должны 200. Значит, им осталось пробежать $200 - 170 = 30$ метров на двоих.

Ответ: 30 метров.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
верно составлено, но не решено уравнение (система уравнений), решение которого (которой) приводит к ответу	4 балла
рассмотрены только частные случаи, (например, когда скорости Васи и Коли одинаковы) И/ИЛИ указано, что за оставшееся время Вася и Коля пробегут в сумме те же 85 метров	2 балла
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	1 балл



К условию задачи 6.4

6.4. *Квадрат (см. рисунок) разрезали на прямоугольники. Оказалось, что площади всех шести отрезанных прямоугольников равны между собой. Найдите во сколько раз длинная сторона закрашенного прямоугольника больше его короткой стороны. Ответ обоснуйте.*

Решение: Так как площади всех шестиугольников равны, площадь каждого из них равна $1/6$ площади квадрата, поэтому три левых прямоугольника составляют половину квадрата. Таким образом, горизонтальная сторона закрашенного прямоугольника также равна половине стороны квадрата. Так как его площадь равна $1/6$ площади квадрата, то вторая его сторона составляет $1/3$ стороны квадрата. Значит, искомое отношение равно $1/2 : 1/3 = 1{,}5$.

Ответ: В 1,5 раза.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	**баллы**
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
приведены конкретные размеры квадрата и полученных прямоугольников без доказательства единственности картинки (с точностью до подобия)	4 балла
верно найдено отношение одной из сторон закрашенного прямоугольника к стороне квадрата	3 балла
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	1 балл

6.5. *В трёх ящиках лежат орехи. В первом на шесть орехов меньше, чем в двух других вместе, а во втором — на* 10 *меньше, чем в двух других вместе. Сколько орехов лежит в третьем ящике? Ответ обоснуйте.*

Решение: Пусть в первом ящике лежит x орехов, во втором и третьем — соответственно y и z. Тогда условие задачи определяется равенствами $x + 6 = y + z$ и $x + z = y + 10$. Из первого уравнения $x - y = z - 6$, из второго $x - y = 10 - z$. Значит, $z - 6 = 10 - z$, откуда $z = 8$.

Ответ: 8 орехов.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	**баллы**
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
верно составлена, но не решена система уравнений, описывающая условие задачи	3 балла
приведён конкретный пример (примеры) распределения орехов по ящикам (и, следовательно, верный ответ)	1 балл
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	0 баллов