Общие рекомендации по проверке

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

8 класс

1. В пяти пакетах лежат конфеты. В первом 2, во втором 12, в третьем 12, в четвёртом 12 и в пятом 12. Из любого пакета в любой другой можно переложить любое возможное число конфет. За какое наименьшее число перекладываний можно добиться равного числа конфет во всех пакетах?

Ответ: за 4.

Всего конфет 50 и должно стать по 10. В четырёх пакетах по 12, что больше 10, и эти пакеты участвуют в перекладываниях на уменьшение до 10. Значит, перекладываний не менее 4.

Из пакетов со второго по пятый - по две конфеты в первый.

Критерии. За пример перекладываний 2 балла. За оценку 5 баллов.

2. Можно ли вместо звёздочек поставить шесть последовательных натуральных чисел, чтобы равенство $*\times*\times*+*\times*\times*=2015$ стало верным?

Ответ: Нельзя.

Сумма нечётна, значит, одно слагаемое чётно, другое нечётно. Из шести последовательных чисел - три чётных и три нечётных. Нечётное слагаемое состоит из произведения трёх нечётных чисел, чётное - из произведения трёх чётных. Оба слагаемых будут делиться на 3, так как одно нечётное и одно чётное число из шести последовательных кратны 3. Но сумма на 3 не делится.

3. Имеется семь красных кубиков, три синих и девять зелёных. В мешок для подарка уложили десять кубиков. Сколькими различными способами это могли сделать?

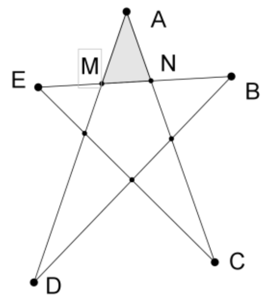
Ответ: 31.

Положим в мешок красные кубики (8 способов от 0 до 7), теперь кладём синие кубики (4 способа от 0 до 3). Добавляем нужное число зелёных (1 способ). Всего $8\times4=32$.

Одна операция невозможна: 10 зеленых. Поэтому способов на 1 меньше.

4. Имеется пятиконечная звезда. У неё есть три равных угла при вершинах и два оставшихся тоже равны между собой. Верно ли, что из пяти треугольников при вершинах звезды хотя бы один равнобедренный?

Ответ: Верно.



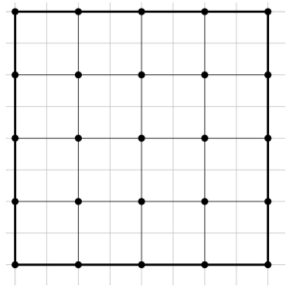
Решение. Можно обозначения всегда ввести так, чтобы были равны углы при вершинах B и E, C и D. Так как внешний угол треугольника равен сумме двух, не смежных с ним, то верны равенства:

$\angle NMA=\angle B+\angle D$, $\angle MNA=\angle E+\angle C$,

Значит, эти углы равны как суммы равных углов, и треугольник MNA равнобедренный.

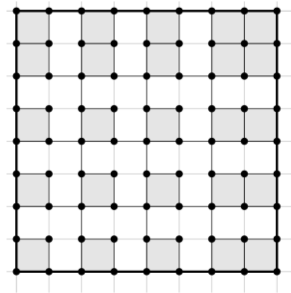
Важно понимать, что принципиальных случаев равенства углов два.

Критерии. Рассмотрен только один случай: 4 балла.



5. Петя хочет закрасить несколько клеток квадрата 8×8 так, чтобы для любой вершины нашелся закрашенный квадрат, которому она принадлежит. Какое наименьшее число квадратов он должен закрасить?

Ответ:25.



Отметим 25 вершин квадрата 8×8 (см. рис. справа). При каждой отмеченной вершине должен быть закрашенный квадрат. Каждый квадрат задевает только одну такую вершину. Значит их не менее 25. Пример показан на рисунке внизу, и указанные 25 закрашенных квадратов задевают все вершины сетки.

Критерии. Пример : 4 балла. Оценка: 3 балла.