

8 класс

1. Ответ 42.

Если число отсутствующих – одна часть, то число присутствующих - 6 частей, т.е в начале отсутствующие составляли $\frac{1}{7}$ часть от всех участников олимпиады. После выхода одного участника стали $\frac{1}{6}$ часть. Значит один участник $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ от общего количества. Таким образом, на олимпиаду было заявлено 42 ученика.

2. Ответ. Дима младше Дмитриева на 10 лет.

Пусть возраст Димы отличается от возраста Дмитриева на x лет. Сумма возрастов, посчитанная «по именам» и «по фамилиям» одинаковы. Значит, $1 + 2 + 3 + 4 + x = 0$, откуда $x = -10$. Дима младше Дмитриева на 10 лет.

3. Ответ. 12%.

В Москве через год цены на жилье составят 90% в рублях и 80% в евро от нынешних. Значит, цена самого евро в рублях изменится в $0,80,9 = 89$ раз. В Иваново цена квартиры в рублях будет составлять 99%, а в евро – $99\% \cdot \frac{8}{9} = 88\%$ от нынешней. Значит, она уменьшится на 12%.

4. Ответ. Это числа $3\dots33$ и $3\dots34$ (по 100 цифр в каждом).

Имеем $12 = 3 \cdot 4$, $1122 = 33 \cdot 34$. Покажем, что это равенство верно для любых чисел такого типа. Обозначим число $1 \dots 11$ с n единичками через a . Тогда $11\dots1122\dots22 = a \cdot 10^n + 2a$, причем $10^n = 9a + 1$. Значит, $11\dots1122\dots22 = a(9a + 1) + 2a = 9a^2 + 3a = 3a(3a + 1)$ – произведению двух последовательных чисел. Заметим, что $3a = 3 \dots 33$, $3a + 1 = 3 \dots 34$.

5. На отрезке BM отметим точку N такую, что $MN = BK$. Тогда треугольник AMN – равносторонний, отсюда $AN = MC$, $\angle BNA = 120^\circ$. Значит, треугольники ANB и CMK равны, отсюда $AB = CK$.