Российская олимпиада школьников по математике
II (муниципальный) этап, 2015 год, 10 класс

10.1. На доске записаны числа 1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5. Разрешается стереть любые два числа и вместо них записать их разность – неотрицательное число. Может ли на доске в результате нескольких таких операций остаться только число 17?

10.2. Найдите все такие квадратные трёхчлены $f(x)$, для которых справедливо равенство:

$$f(2x + 1) = 4x^2 + 14x + 7.$$

10.3. Какое максимальное количество цифр может иметь натуральное число, у которого все цифры различные, при этом оно делится на каждую из своих цифр?

10.4. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Описанные окружности треугольников AOB и COD пересекаются в точке M на основании AD. Докажите, что треугольник BMC равнобедренный.

10.5. В олимпиаде, состоящей из 6 задач, участвуют 200 школьников. Известно, что каждую задачу решили хотя бы 120 школьников. Докажите, что можно выбрать двух школьников таким образом, чтобы каждую задачу решил кто-либо из этой пары.

Российская олимпиада школьников по математике
II (муниципальный) этап, 2015 год, 10 класс

10.1. На доске записаны числа 1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5. Разрешается стереть любые два числа и вместо них записать их разность – неотрицательное число. Может ли на доске в результате нескольких таких операций остаться только число 17?

10.2. Найдите все такие квадратные трёхчлены $f(x)$, для которых справедливо равенство:

$$f(2x + 1) = 4x^2 + 14x + 7.$$

10.3. Какое максимальное количество цифр может иметь натуральное число, у которого все цифры различные, при этом оно делится на каждую из своих цифр?

10.4. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Описанные окружности треугольников AOB и COD пересекаются в точке M на основании AD. Докажите, что треугольник BMC равнобедренный.

10.5. В олимпиаде, состоящей из 6 задач, участвуют 200 школьников. Известно, что каждую задачу решили хотя бы 120 школьников. Докажите, что можно выбрать двух школьников таким образом, чтобы каждую задачу решил кто-либо из этой пары.