ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

10 класс

1. Взяли 2015 последовательных натуральных чисел, делящихся на 2015 (Например: $3 \cdot 2015,\ 4 \cdot 2015,\ 5 \cdot 2015, \ldots, 2017 \cdot 2015$). Может ли их сумма быть 2015-й степенью некоторого натурального числа?

2. В квадратном трёхчлене $x^2 + px + q$ p и q - целые числа, дающие при делении на 3 остатки 2. Может ли этот трехчлен иметь рациональные корни?

3. На левой половине доски записано число 21, а на правой число 8. Разрешается взять произвольное число a с левой половины доски и произвольное число b с правой половины доски, вычислить числа ab, a^3+b^3 и записать ab на левую, а a^3+b^3 на правую сторону доски соответственно. Можно ли при помощи таких операций получить на доске число 2013201420152016?

4. Две окружности касаются внутренним образом в точке K. Прямая пересекает большую окружность в точках A и B, а меньшую окружность в точках C и D. Точка C лежит между A и D. Докажите, что $\angle AKC = \angle BKD$.

5. В правильном 9-угольнике все стороны и диагонали покрасили в красный или в синий цвета. Оказалось, что нет трех вершин 9-угольника, соединенных отрезками, образующими красный треугольник. Докажите, что найдутся 4 вершины 9-угольника, образующие четырехугольник, все стороны и диагонали которого покрашены в синий цвет.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

10 класс

1. Взяли 2015 последовательных натуральных чисел, делящихся на 2015 (Например: $3 \cdot 2015,\ 4 \cdot 2015,\ 5 \cdot 2015, \ldots, 2017 \cdot 2015$). Может ли их сумма быть 2015-й степенью некоторого натурального числа?

2. В квадратном трёхчлене $x^2 + px + q$ p и q - целые числа, дающие при делении на 3 остатки 2. Может ли этот трехчлен иметь рациональные корни?

3. На левой половине доски записано число 21, а на правой число 8. Разрешается взять произвольное число a с левой половины доски и произвольное число b с правой половины доски, вычислить числа ab, a^3+b^3 и записать ab на левую, а a^3+b^3 на правую сторону доски соответственно. Можно ли при помощи таких операций получить на доске число 2013201420152016?

4. Две окружности касаются внутренним образом в точке K. Прямая пересекает большую окружность в точках A и B, а меньшую окружность в точках C и D. Точка C лежит между A и D. Докажите, что $\angle AKC = \angle BKD$.

5. В правильном 9-угольнике все стороны и диагонали покрасили в красный или в синий цвета. Оказалось, что нет трех вершин 9-угольника, соединенных отрезками, образующими красный треугольник. Докажите, что найдутся 4 вершины 9-угольника, образующие четырехугольник, все стороны и диагонали которого покрашены в синий цвет.