

**Российская олимпиада школьников по  
математике**  
**II (муниципальный) этап, 2015 год, 11 класс**

**11.1.** Решите систему 
$$\begin{cases} x^2 + 4\sin^2 y - 4 = 0 \\ \cos x - 2\cos^2 y - 1 = 0 \end{cases}.$$

**11.2.** Рассмотрим множество квадратных трёхчленов вида  $x^2 + 2mx + n^2$ , где  $m$  и  $n$  различные натуральные числа от 1 до 100. Каких больше квадратных трёхчленов – тех, что имеют корни или тех, которые не имеют корней?

**11.3.** Числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и  $a_5$  образуют геометрическую прогрессию. При этом среди них есть как рациональные числа, так и иррациональные. Какое наибольшее количество членов этой прогрессии могут быть рациональными числами?

**11.4.** В треугольной пирамиде проведены три биссектрисы плоских углов при вершине пирамиды, а также три биссектрисы основания пирамиды. Известно, что основания двух пар проведенных биссектрис совпадают. Докажите, что основания и третьей пары биссектрис совпадают.

**11.5.** Куб размером  $n \times n \times n$ , где  $n$  – натуральное число, разрезали на 99 кубиков, из которых ровно у одного ребро имеет длину, отличную от 1 (у каждого из остальных ребро равно 1). Найдите объём исходного куба.

**Российская олимпиада школьников по  
математике**  
**II (муниципальный) этап, 2015 год, 11 класс**

**11.1.** Решите систему 
$$\begin{cases} x^2 + 4\sin^2 y - 4 = 0 \\ \cos x - 2\cos^2 y - 1 = 0 \end{cases}.$$

**11.2.** Рассмотрим множество квадратных трёхчленов вида  $x^2 + 2mx + n^2$ , где  $m$  и  $n$  различные натуральные числа от 1 до 100. Каких больше квадратных трёхчленов – тех, что имеют корни или тех, которые не имеют корней?

**11.3.** Числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и  $a_5$  образуют геометрическую прогрессию. При этом среди них есть как рациональные числа, так и иррациональные. Какое наибольшее количество членов этой прогрессии могут быть рациональными числами?

**11.4.** В треугольной пирамиде проведены три биссектрисы плоских углов при вершине пирамиды, а также три биссектрисы основания пирамиды. Известно, что основания двух пар проведенных биссектрис совпадают. Докажите, что основания и третьей пары биссектрис совпадают.

**11.5.** Куб размером  $n \times n \times n$ , где  $n$  – натуральное число, разрезали на 99 кубиков, из которых ровно у одного ребро имеет длину, отличную от 1 (у каждого из остальных ребро равно 1). Найдите объём исходного куба.