11 класс

Задачи можно решать в любом порядке. Ответы в заданиях необходимо обосновывать.

11.1. Существует ли восьмизначное число без нулевых цифр, которое при делении на свою первую цифру дает остаток 1, при делении на вторую цифру дает остаток 2, …, при делении на восьмую цифру дает остаток 8?

11.2. Уравнение $(x+a)(x+b)=9$ имеет корень $a+b$. Докажите, что $ab \leqslant 1$.

11.3. Рабочие укладывали пол размера $n \times n$ $(10 < n < 20)$ плитками двух типов: 2×2 и 5×1. Оказалось, что им удалось полностью уложить пол так, что было использовано одинаковое количества плиток каждого типа. При каких n такое могло получиться? (Резать плитки, а также накладывать их друг на друга нельзя.)

11.4. Середина ребра SA треугольной пирамиды $SABC$ равноудалена от всех вершин пирамиды. Пусть SH — высота пирамиды. Докажите, что $BA^2 + BH^2 = CA^2 + CH^2$.

11.5. Существуют ли натуральные a и b, большие тысячи, такие, что для любого c, являющегося точным квадратом, три числа a, b и c не являются длинами сторон треугольника?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 12 декабря, пройдет онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия нужно заранее (за час) зарегистрироваться на портале `online.mipt.ru`. Разбор проводят составители олимпиады.

Начало разбора для 11 класса в 17-30.

XLII Московская областная математическая олимпиада

11 класс

Задачи можно решать в любом порядке. Ответы в заданиях необходимо обосновывать.

11.1. Существует ли восьмизначное число без нулевых цифр, которое при делении на свою первую цифру дает остаток 1, при делении на вторую цифру дает остаток 2, …, при делении на восьмую цифру дает остаток 8?

11.2. Уравнение $(x+a)(x+b)=9$ имеет корень $a+b$. Докажите, что $ab \leqslant 1$.

11.3. Рабочие укладывали пол размера $n \times n$ $(10 < n < 20)$ плитками двух типов: 2×2 и 5×1. Оказалось, что им удалось полностью уложить пол так, что было использовано одинаковое количества плиток каждого типа. При каких n такое могло получиться? (Резать плитки, а также накладывать их друг на друга нельзя.)

11.4. Середина ребра SA треугольной пирамиды $SABC$ равноудалена от всех вершин пирамиды. Пусть SH — высота пирамиды. Докажите, что $BA^2 + BH^2 = CA^2 + CH^2$.

11.5. Существуют ли натуральные a и b, большие тысячи, такие, что для любого c, являющегося точным квадратом, три числа a, b и c не являются длинами сторон треугольника?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 12 декабря, пройдет онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия нужно заранее (за час) зарегистрироваться на портале `online.mipt.ru`. Разбор проводят составители олимпиады.

Начало разбора для 11 класса в 17-30.