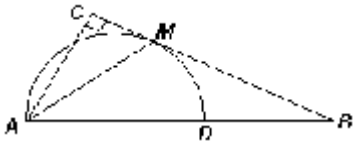
Всероссийская олимпиада школьников 2015г
Муниципальный этап
Математика
Всероссийская олимпиада школьников 2015г
Муниципальный этап
Математика
8 класс
Для участника

Общее время выполнения работы – 3 часа 30мин.
Максимальное количество баллов: 35

Задание 1
Доказать, что уравнение $m^2 + n^2 = 2015$ не имеет решений в целых числах.
Количество баллов 7

Задание 2
Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство:
$x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
Количество баллов 7

Задание 3
Полуокружность с диаметром AD касается катета BC прямоугольного треугольника ABC в точке M (см. рисунок). Докажите, что AM – биссектриса угла BAC.



Количество баллов 7

Задание 4
Последовательность $\{x_n\}$ определяется условиями:

$$x_1 = 19, \quad x_2 = 97, \quad x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$$

Докажите, что среди членов последовательности найдётся ноль и найдите номер этого члена.
Количество баллов 7

Задание 5
На доске написаны числа от 1 до 100. Разрешается стереть любые два числа x и y, а вместо них записать на доску числа $x - 1$ и $y + 4$. Могли ли через некоторое время на доске оказаться числа 1, 2, 3, …, 99, 2015?
Количество баллов 7