ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

9 класс

1. Известно, что квадратичная функция $f(x)= x^2+ax+b$ имеет нули x_1, x_2 и $f(2014)=f(2016)$. Найдите $\frac{x_1+x_2}{2}$.

2. С четырехзначным числом проделывают следующую операцию: первую и вторую цифру в записи этого числа записывают в конец, и первую цифру стирают (***12***34→234***12***), тоже самое делают с получившимся пятизначным числом (***23***412→3412***23***) и т.д. Докажите, что для любого четырехзначного числа после нескольких таких операции получится составное число.

3. На левой половине доски записано число 21, а на правой число 15. Разрешается взять произвольное число a с левой половины доски и произвольное число b с правой половины доски, вычислить числа ab, a^3+b^3 и записать ab на левую, а a^3+b^3 на правую сторону доски соответственно. Можно ли при помощи таких операций получить на доске число 2013201420152016?

4. В треугольнике ABC с биссектрисой AE построены описанные окружности треугольников AEB, AEC, которые пересекают сторону AC в точке N, а AB в точке M соответственно. Докажите равенство площадей треугольников BME, CNE.

5. Известно, что на шахматной доске можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга. Школьнику Пете не нравится шахматная раскраска доски, и он раскрасил доску в 32 цвета, так что клеток каждого цвета ровно две. Сможет ли он теперь расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга и стояли на клетках разного цвета?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 учебный год

Муниципальный этап

9 класс

1. Известно, что квадратичная функция $f(x)= x^2+ax+b$ имеет нули x_1, x_2 и $f(2014)=f(2016)$. Найдите $\frac{x_1+x_2}{2}$.

2. С четырехзначным числом проделывают следующую операцию: первую и вторую цифру в записи этого числа записывают в конец, и первую цифру стирают (***12***34→234***12***), тоже самое делают с получившимся пятизначным числом (***23***412→3412***23***) и т.д. Докажите, что для любого четырехзначного числа после нескольких таких операции получится составное число.

3. На левой половине доски записано число 21, а на правой число 15. Разрешается взять произвольное число a с левой половины доски и произвольное число b с правой половины доски, вычислить числа ab, a^3+b^3 и записать ab на левую, а a^3+b^3 на правую сторону доски соответственно. Можно ли при помощи таких операций получить на доске число 2013201420152016?

4. В треугольнике ABC с биссектрисой AE построены описанные окружности треугольников AEB, AEC, которые пересекают сторону AC в точке N, а AB в точке M соответственно. Докажите равенство площадей треугольников BME, CNE.

5. Известно, что на шахматной доске можно расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга. Школьнику Пете не нравится шахматная раскраска доски, и он раскрасил доску в 32 цвета, так что клеток каждого цвета ровно две. Сможет ли он теперь расставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга и стояли на клетках разного цвета?