

**Муниципальный тур Всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2015/2016 учебном году**

10 класс

1. Известно, что числа $a+b$ и $\frac{ab}{a+b}$ являются целыми. Докажите, что число $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ также является целым.
2. Известно, что квадратные уравнения $x^2+ax+b=0$ и $x^2+cx+d=0$ не имеют действительных корней. Докажите, что уравнение $x^2+\frac{a+c}{2}x+\frac{b+d}{2}=0$ также не имеет действительных корней.
3. В ряд слева направо лежит 8 кошельков, в каждом по 13 одинаковых монет. Из одного кошелька переложили одну монету в соседний справа кошелек. Кошельки открывать нельзя. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти кошелек, где меньше всего монет?
4. Пусть AL , BM , CN — медианы треугольника ABC , пересекающиеся в точке K . Известно, что около четырехугольника $CLKM$ можно описать окружность, а $AB = 2$. Найдите длину медианы CN .
5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=z^2, \\ y+z=x^2, \\ z+x=y^2. \end{cases}$$