

10 класс. Условия задач

1. Целые числа a , b и c таковы, что $|a| + |b| + |c| - |a + b + c| = 2$. Докажите, что хотя бы одно из чисел a , b , c равно 1 или -1 .

2. Докажите, что если числа a и b положительны, то

$$\frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 8.$$

3. Шахерзада рассказывала султану сказки на протяжении 1001 ночи. Сначала она рассказывала ему по 27 сказок за ночь, потом ей стало лень, и она какое-то время рассказывала по 14 сказок за ночь, а последние несколько ночей она рассказывала всего по одной сказке. Могло ли так быть, что общее число рассказанных ей султану сказок — натуральная степень двойки?

4. Бумажный квадрат $ABCD$ со стороной 1 перегнули по прямой так, что вершина A совпала с серединой стороны CD . Чему равна площадь получившегося шестиугольника?

5. В квадрате $n \times n$ лежит 1014 доминошек (каждая покрывает две соседние по стороне клетки). Никакие две доминошки не имеют общих точек (даже угловых). При каком наименьшем n это возможно?