

**Муниципальный тур Всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2015/2016 учебном году**

11 класс

1. Известно, что числа $a+b+c$ и $\frac{ab+bc+ca}{a+b+c}$ являются целыми. Докажите, что число $\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ также является целым.

2. Каждый из двух различных корней квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + px + q$ и его значение при $x=3$ являются натуральными числами, причем больший корень трехчлена и $f(3)$ – простые числа. Найдите корни трехчлена $f(x)$.

3. Докажите, что если a, b, c – такие положительные действительные числа, что $a < b + c$, то

$$\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}.$$

4. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, взята точка M так, что треугольник CMB – равносторонний. Найдите углы MAB и MAC .

5. Дана последовательность x_n , такая, что $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_{n+2} = |x_{n+1}| - x_n$. Найдите x_{2015} .