

11 класс

1. Существуют ли такие четыре натуральных числа, что каждое из них делится на разность любых двух других?

2. За какое наименьшее число ходов шахматный конь может побывать на всех вертикалях и горизонталях клетчатой доски $n \times n$, $n > 3$ и вернуться в поле, где он стартовал?

3. Числа x, y, z лежат на отрезке $[0, 1]$. Докажите неравенство

$$\frac{x}{1+yz} + \frac{y}{1+zx} + \frac{z}{1+xy} \leq 2.$$

4. Угол A при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 100° . На луче AB отложен отрезок AM , равный основанию BC . Найдите угол BCM .

5. Имеется куча монет, настоящих и фальшивых, причем настоящих монет больше. Все настоящие монеты одинакового веса, а фальшивая монета отличается по весу от настоящей. Есть двухчашечные весы без гирь, но в качестве платы за взвешивание хозяин весов забирает одну из двух только что взвешенных монет (любую, какая ему нравится). Докажите, что можно определить одну настоящую монету и оставить ее себе.