ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2015/2016 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
11 КЛАСС

1. Нарисуйте на листе клетчатой бумаги со стороной 1 восьмиугольник (не обязательно выпуклый) с площадью 8 и периметром 16 так, чтобы стороны лежали на линиях сетки, а вершины находились в её узлах.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведены две диагонали боковых граней A_1C_1 и C_1D. Найдите угол между ними, если известно, что диагональ A_1C_1 равна по длине одному из рёбер параллелепипеда, а диагональ C_1D составляет с этим же ребром угол 30 градусов.

3. В сумме (1–2–3+4) + (5–6–7+8)+…+ (2009 – 2010 – 2011+ 2012) + (2013–2014–2015) зачеркнули все числа, которые заканчиваются на 0. Найдите значение полученного выражения.

4. Квадратный трёхчлен ax^2+bx+c имеет два различных корня, а его коэффициенты – целые числа, отличные от нуля. При этом произведение всех его коэффициентов равно произведению всех его корней. Какие значения может принимать это произведение? Дайте полный и аргументированный ответ на этот вопрос.

5. Четыре круга с радиусом 1 и центрами A, B, C, D расположены на плоскости так, что каждый круг касается ровно двух других. А пятый круг касается двух кругов внешним образом и проходит через центры двух других. Найдите все возможные значения площади четырёхугольника $ABCD$.

6. Есть 10 красных и 10 желтых яблок общего веса 1 кг. Известно, что веса любых двух яблок одного цвета отличаются не более чем на 40 г. Все яблоки последовательно разложили на пары «красное с желтым», причем красные выбирали в неубывающем порядке, а желтые – в невозрастающем (то есть к самому тяжелому красному добавили самое легкое желтое, ко второму по весу красному – самое легкое из оставшихся желтых, и т. д.). Каков наибольший возможный вес пары?