Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2015-2016 учебном году
11 класс
Время решения – 240 минут (4 часа)

1. На доске написали пять последовательных натуральных чисел, а потом одно число стёрли. Оказалось, что сумма оставшихся четырех чисел равна 2015. Найдите наименьшее из этих четырех чисел.

2. Через точку P, лежащую на общей хорде двух пересекающихся окружностей, проведены хорда KM первой окружности и хорда LN второй окружности. Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках K, L, N и M – вписанный.

3. Чему может быть равно значение выражения $p^4-3p^3-5p^2+16p+2015$, если p является корнем уравнения $x^3-5x+1=0$?

4. В школе учатся 400 учеников. На Новый год каждый отправил 200 поздравлений другим ученикам. Какое наименьшее количество пар учеников поздравивших друг друга могло получиться?

5. У нескольких школьников есть 128 одинаковых жетонов на всех. Они играют в игру по следующему правилу: если у кого-то не меньше половины всех жетонов, то каждый из остальных берёт у этого игрока себе столько, сколько у него уже есть (если таких оказалось двое, то выбирают по жребию). Произошло 7 таких обменов. Докажите, что теперь все 128 жетонов собрались у одного школьника.