

11 класс. Условия задач

1. Решите уравнение

$$\sqrt{\cos 3x - 1} = \sin x.$$

2. Коля решил изобрести шишечный язык. Для этого он берёт несколько шишек, которые бывают зелёными и не зелёными, и выкладывает их в ряд. Сколько десятишишечных слов будет в шишечном языке, если единственное правило грамматики гласит, что две зелёные шишки не могут лежать подряд?

3. Найдите все пары натуральных чисел m и n , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} \text{НОК}(m, n) + \text{НОД}(m, n) = m + n, \\ m - n = 2015. \end{cases}$$

4. Дан остроугольный треугольник ABC . В нём проведены высоты AD и BE и отмечен центр описанной окружности O . Докажите, что $CO \perp DE$.

5. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, $a + b + c + d = 1$. Докажите, что

$$\sqrt{4a + 1} + \sqrt{4b + 1} + \sqrt{4c + 1} + \sqrt{4d + 1} < 6.$$