Шифр

25 ноября 2015 года

Тексты заданий для муниципального этапа олимпиады по МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2015/2016 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 8 классов

Номер задания	Баллы
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Общий балл	

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

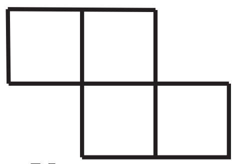
Желаем вам успеха!

8.1. Пусть все числа x, y, z не равны нулю. Найти все значения, которые может принимать выражение

$$\left(\frac{x}{|y|}-\frac{|x|}{y}\right)\cdot\left(\frac{y}{|z|}-\frac{|y|}{z}\right)\cdot\left(\frac{z}{|x|}-\frac{|z|}{x}\right).$$

8.2. Петя и три его одноклассника стартовали одновременно в забеге на 100 метров, и Петя пришёл первым. Через 12 секунд после начала забега никто еще не финишировал, и все четыре его участника в сумме пробежали 288 метров. А когда Петя закончил бег, остальным трём его участникам осталось пробежать до финиша в сумме 40 метров. Сколько метров пробежал Петя за первые 12 секунд? Ответ обоснуйте. Предполагается, что каждый из участников забега бежал со своей постоянной скоростью.

8.3. Неизвестные x, y и z связаны соотношением $\dfrac{1}{xy}=\dfrac{y}{z-x+1}=\dfrac{2}{z+1}$. Докажите, что в этом случае одно неизвестное является средним арифметическим двух других.



К условию задачи 8.4

8.4. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске (размер 8×8 клеток) четырёхклеточный многоугольник в виде буквы Z (см. рисунок) так, чтобы он располагался точно по клеткам доски и в пределах доски? Четырёхугольник можно поворачивать и переворачивать. Ответ обоснуйте.

8.5. Пусть точка D — середина медианы AF треугольника ABC, E — точка пересечения прямой CD со стороной AB. Докажите, что если $BD=BF=CF$, то $AE=DE$.

8.6. Все натуральные числа от 1 до 20 разбили на пары и числа в каждой паре сложили. Какое наибольшее количество из получившихся десяти сумм может делиться на 11? Ответ обоснуйте.

Пояснительная записка
к пакету задач муниципального этапа
Всероссийской Олимпиады школьников по математике
в 2015-2016 учебном году
8-й класс

1. Общая информация о пакете

Задачи муниципального тура олимпиады подобраны сотрудником Института Математики и Механики УрО РАН д.ф.-м.н. С. Э. Нохриным; рецензент — к.ф.-м.н. Д. В. Хлопин. Пакет включает 6 задач. Тематика задач охватывает разделы математики, изучаемые в школьном курсе. Предполагаемое время выполнения заданий — 4 часа.

Задачи пакета требуют математических знаний не выше уровня начала 8 класса. Практически любой пришедший на олимпиаду ученик в состоянии решить 2 — 3 из них, однако для решения всего пакета требуется серьёзный уровень подготовки и должная математическая грамотность. Так задача 8.1. очень проста, но требует умения работать с модулем, что для многих школьников непросто. Задачи 8.2 и 8.3 решаются простой алгеброй, доступной любому восьмикласснику, но трудны тем, что переменных в них несколько, и не все они однозначно находятся. Задача 8.4 комбинаторная, по уровню знаний доступна даже пятикласснику, но простой её назвать нельзя — задача на идею. Задача 8.5 — просто красивая геометрия, решаемая многими способами. Задача 8.6 — классическая олимпиадная на тему построение примера и доказательство его оптимальности. Это на взгляд составителей самая сложная задача варианта, хотя для тех школьников, которые ранее участвовали в олимпиадах или в иных математических соревнованиях школьников её решение не вызовет каких-либо трудностей. В целом сложность пакета средняя, задания расположены по возрастанию уровня сложности. Математические темы, которые затронуты в задачах, таковы: модуль числа, комбинаторика, алгебраические преобразования, текстовые задачи, свойства треугольника, делимость целых чисел, числовые конструкции.

В целом задачи опираются на традиционные олимпиадные темы: алгебра, геометрия, логика и теория чисел. В пакет входят задачи, требующие для своего решения знания, которыми уже обладают ученики 8 класса. Пакет заданий представляется интересным, сочетающим в решениях заданий как стандартные подходы, так и оригинальные идеи. Набор задач включает как лёгкие, «утешительные» задания, решить которые можно опираясь только на общие соображения, так и задачи достаточно сложные, требующие от школьника уверенного владения материалом школьного курса математики в полном объёме.

2. Информация для участников

Эта же информация приводится на листочках с заданиями, которые раздаются школьникам.

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но рассуждение, приводящее к этому ответу. Наличие только ответа не может быть рассмотрено как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами максимального балла за задачу. Задача признается решенной, если обнаружены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько полно эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается числом баллов от 50 до 100 процентов от числа, даваемых за полное решение.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте. Текст условия при этом переписывать не обязательно, достаточно просто указать номер решаемой задачи.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

3. Информация по проверке

Программный комитет предлагает оценивать каждую задачу, исходя из 7 баллов (согласно рекомендациям Методической комиссии по математике Всероссийской олимпиады школьников). Максимальный балл за весь пакет — 42 балла. В соответствии с этим построены рекомендации по оцениванию путей решения, предложенных программным комитетом. Эти рекомендации имеются отдельно по каждой из задач и приведены в ключах в виде таблицы, стоящей непосредственно после приведённых решений к той или иной задаче. Кроме того, общие положения вынесены в начало ключей. Предполагается, что они должны быть выданы каждому проверяющему. Вот эти общие рекомендации:

1) Каждая задача оценивается исходя из 7 баллов.

2) 7 баллов ставится за безукоризненное решение задач; 6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение. 4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом. 2 — 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серъёзное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении. 1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален. Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.

3) В случае наличия в одной работе нескольких решений оценивается ровно одно решение, то, которое приносит больше баллов. За другие решения баллы не снимаются и не начисляются.

4) Оценка за задачу не может быть снижена за неаккуратный почерк, ошибки в русском языке, или явные описки в выкладках. Также недопустимо снижение баллов за не чёткий чертёж в геометрической задаче или даже за отсутствие такового. Нельзя требовать с участника олимпиады, чтобы он переписывал условие задачи, в том числе не обязательна краткая запись условия геометрических задач.

5) Школьник имеет право сам выбрать способ решения той или иной задачи; не допускается снижать оценку за то, что выбранный школьником способ решения не самый лучший или отличается от предложенных нами способов.

6) Факты и теоремы школьной программы (в том числе и те, которые приведены только в задачах школьных учебников) следует принимать без доказательств. Школьник имеет право без доказательства использовать любые такие факты, даже если они проходятся в более старших классах. Допускается (также без доказательств) использование математических фактов, изучающихся на факультативах. В частности, без ограничения можно применять формулы аналитической геометрии, математического анализа, принцип математической индукции, теоремы теории графов и т.п.

7) Критерии оценки, приведённые в прилагаемых решениях (таблица в конце решения каждой задачи) являются обязательными и не могут быть изменены. Однако это не означает, что выставляемые за задачу баллы обязательно должны совпасть с приведёнными в таблице: в случае, когда жюри вырабатывает дополнительные критерии (см. следующий пункт) жюри может выставить балл, которого в таблице нет (например, в таблице предусмотрены только 0 и 7 баллов, а жюри выставляет 5 баллов). Таблицы критериев составлены таким образом, что перечисляют отдельные случаи; накопление баллов за разные пункты не предусмотрено.

8) В случае, если решение школьника принципиально отличается от решений, предложенных программным комитетом, и не может быть подведено под предлагаемые критерии, проверяющие вырабатывают критерии самостоятельно в соответствии с пунктом 2.

9) В случае возникновения спорных ситуаций при проверке работ олимпиады жюри вправе обратиться за разъяснениями и советом к составителям пакета заданий, т.е. к д.ф-м.н. Валерию Трифоновичу Шевалдину (адрес эл. почты **valerii.shevaldin@imm.uran.ru**) и к.ф-м.н. наук Сергею Эрнестовичу Нохрину (адрес эл.почты **varyag2@mail.ru**, тел. **+79220350324**).

В этих рекомендациях учтено, что варианты решений, предложенные программным комитетом, далеко не единственные. Если школьник предлагает решение, отличное от предложенного программным комитетом, оценка ни в коем случае не должна снижаться за факт отличия. Такое решение должно быть тщательно изучено с точки зрения корректности логических рассуждений, содержания привлекаемых фактов и правильности их применения. В случае отсутствия ошибок в решении школьника, ему должен быть начислен максимальный балл. Если же решение частично или полностью неправильное, решение о величине начисляемого балла принимается жюри муниципального этапа. В этом случае может быть выставлен как нулевой, так и частичный балл, в зависимости от серьёзности допущенной ошибки.