

**Муниципальный тур Всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2015/2016 учебном году**

9 класс

1. Известно, что квадратный трехчлен $p(x) = ax^2 + bx + c$ принимает целые значения при всех целых значениях x . Может ли оказаться, что $a = \frac{1}{2}$?

2. Петя придумал четырехзначное число, в записи которого все цифры различны. Известно, что сумма трёх первых цифр этого числа делится на 9 и сумма трёх последних цифр этого числа делится на 9. Какие значения может принимать сумма всех цифр этого числа? Найдите все возможные значения и объясните, почему других нет.

3. Вдоль дороги длиной 37 км стоит несколько пеньков (больше одного). Первый велосипедист едет по дороге со скоростью 15 км/ч. Возле каждого пенька он останавливается и отдыхает одно и то же целое число минут. Второй велосипедист едет со скоростью 20 км/ч и на каждом пеньке отдыхает в два раза дольше первого велосипедиста. Выехали и приехали они одновременно. Сколько пеньков у дороги?

4. В треугольнике ABC $AB = 3 \cdot BC$, точка M – середина стороны AB и BD – биссектриса. Найдите угол MDB .

5. Есть 4 одинаковые банки, в них 4 разные краски, каждая банка заполнена на $\frac{3}{4}$. Разрешается переливать любую часть жидкости из одной банки в другую (предполагается, что любое количество жидкости можно перелить из одной банки в другую, если поместится). Можно ли во всех банках сделать одинаковую смесь? Выливать краску нельзя.