Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2015 – 2016 учебный год

9 КЛАСС

1. В комнате присутствуют три человека: А, В, С. Один из них является рыцарем, и он всегда говорит правду. Один является лжецом, и всегда говорит неправду. Третий участник иногда говорит правду, а иногда лжёт.

   Участников посадили за круглым столом в порядке А, В, С (по часовой стрелке), и спросили каждого из них, является ли рыцарем тот, кто далее следует по часовой стрелке. Было дано три ответа. А сказал "да", ответ В не расслышали, а потом С сказал "да".

   Можно ли по этим данным однозначно установить, кто есть кто, и каков был ответ В?

2. На клетчатой бумаге нарисован квадрат 13×13. Некоторые из его клеточек закрасили таким образом, что в любом квадрате 2×2, состоящем из клеточек, ровно одна из них оказалась закрашена. Какое наименьшее и какое наибольшее число клеточек могло быть закрашено?

3. Дано натуральное число n, делящееся на 6. Когда его домножили на 6, то оказалось, что количество натуральных делителей числа увеличилось ровно в два раза. Какое наибольшее значение может принимать n, если известно, что меньше 100?

4. Дан квадрат $ABCD$ с центром O, где K — середина стороны AB. На сторонах BC и AD выбрали такие точки L и M, что лучи OK, OL, OM делят квадрат на три части одинаковой площади. Найти отношение $AM : MD$.

5. Имеется кучка из N камней. Двое играют в игру, поочерёдно делая ходы. За один ход разрешается взять любое число камней, равное квадрату натурального числа, то есть 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... и так далее. Выигрывает тот, кто сделал последний ход. Требуется определить, кто выигрывает при правильной игре при N от 1 до 50.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35