

Математика, 6 класс, муниципальный этап

Решения и указания по проверке

Каждая задача оценивается из 7 баллов в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной центральной предметно-методической комиссией по математике.

Все решения, если не указано противное, требуют обоснования.

Если решения нет, то независимо от продвижения, ставить не более 3 баллов.

Если решения не совпадают с приведенными, читайте внимательно!

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

1. На восьми карточках написаны числа 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4. Можно ли положить эти карточки в ряд так, чтобы между единицами лежала одна карточка, между двойками – две, между тройками – три, а между четверками – ровно четыре карточки?

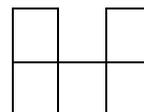
Ответ: Да.

Решение: Например, так: 4 1 3 1 2 4 3 2.

Указания по проверке:

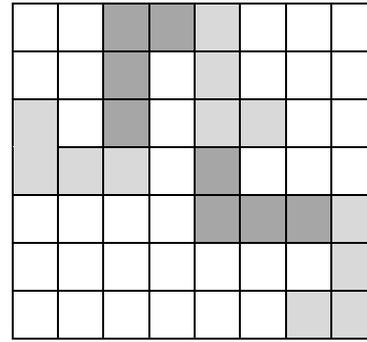
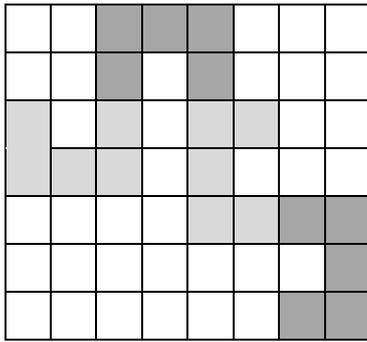
Оценок может быть только две: 0 баллов или 7 баллов.

2. Нарисуйте клетчатую фигуру, которую можно разрезать как на 4 равные пятиклеточные фигуры в виде буквы «С» (см. рис. справа), так и на 5 равных четырехклеточных фигур. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Решение:

Вот одна из возможных фигур, разрезанная на требуемые фигурки. Есть и другие – более компактные.



Указания по проверке:

Оценок может быть только две: 0 баллов или 7 баллов.

3. Дима и Вова решали олимпиаду по математике, состоящую из двух задач: одна по геометрии, другая по алгебре. Задачу по алгебре Дима решил вдвое быстрее Вовы, а задачу по геометрии решал вдвое дольше, чем Вова, но все-таки закончил олимпиаду раньше. Кто потратил больше времени: Дима – на задачу по алгебре, или Вова на задачу по геометрии?

Ответ: Дима потратил на решение задачи по алгебре больше времени, чем Вова на задачу по геометрии.

Решение:

Пусть D – время, которое потратил Дима для решения задачи по алгебре, а V – время, которое потратил Вова для решения задачи по геометрии.

По условию, $D + 2V < 2D + V$.

Отсюда, $V < D$.

Указания по проверке:

За ответ без обоснования ставить 1 балл.

4. Десяти девочкам подарили 10 одинаковых бананов. Три девочки от бананов отказались. Докажите, что бананы можно разделить поровну между остальными девочками, разрезав каждый не более одного раза.

Доказательство:

Выложите бананы вдоль одной прямой в ряд. Разделите этот ряд на семь одинаковых отрезков и сделайте разрезы по линиям деления. Т.к. расстояния между этими линиями больше длины банана (банан – это $1/10$ общей длины, а разрезы отстоят на $1/7$), то ни один банан не будет разрезан дважды. Части между разрезами – это порции бананов для девочек. Есть и другое решение, с расчетом того, как надо резать каждый банан.

5. Имеются монеты в 1, 2, 3 и 5 крузейро, по одной каждого достоинства, которые, если они настоящие, весят соответственно 1, 2, 3 и 5 г. Оказалось, что среди них есть одна фальшивая, которая отличается весом от нормальной (но не известно, тяжелее она или легче настоящей). Как за наименьшее количество взвешивания на чашечных весах без гирь установить фальшивую монету?

Решение:

За одно взвешивание это сделать не удастся. В самом деле, если при взвешивании одна чаша перевесила, это может означать и то, что на ней лежит более тяжелая фальшивая монета, и то, что на другой – более легкая фальшивая монета.

Двух взвешиваний достаточно. Делаем, например, так. Сначала кладем на одну чашу монеты в 2 и 3 крузейро, а на другую – в 5 крузейро. Если весы остались в равновесии, то оставшаяся монета в 1 крузейро – фальшивая.

Если перевесила чаша с монетой 5 крузейро, то это означает, что, либо эта монета фальшивая и она тяжелее 5 г, либо среди монет 2 и 3 одна фальшивая и она более легкая. Разобраться со всеми этими случаями поможет второе взвешивание: на одну чашу весов кладем 1 и 2 крузейро, а на вторую – 3 крузейро. Если какая-то чаша окажется более легкой, на той и фальшивая монета. Заметим, что монета в 1 крузейро – настоящая.

Если перевесила чаша с монетами в 2 и 3 крузейро, то либо среди них одна фальшивая, которая тяжелее настоящих, либо монета в 5 крузейро легче, чем надо. Такое же второе взвешивание, как и в предыдущем случае, решает дело.

Указания по проверке:

Полный разбор одного или двух возможных вариантов – 2 или 3 балла соответственно.

Только правильное первое взвешивание с указанием случаев при всех возможных результатах – 2 балла.

Без анализа возможных случаев – 1 балл.

Отсутствие упоминания, что за одно взвешивание задачу не решить – минус 1 балл.