Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по математике Алтайский край
2016 – 2017 учебный год

Барнаул 2016

Сборник содержит материалы для проведения муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике в Алтайском крае. Задания составлены члены предметно-методической комиссии муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников 2016/2017 учебного года олимпиады школьников по математике Саженков А.Н., Оскорбин Д. Н., Саженкова Т.В., Папин А.А. (Алтайский государственный университет).

Рекомендации по проверке олимпиадных работ

Любое правильное решение оценивается в 7 баллов.

Недопустимо снятие баллов за слишком длинное решение, или за решение школьника, отличающееся от приведенного в методических разработках.

Важно отметить, что исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) не являются основанием для снятия баллов

В то же время, любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

Жюри рассматривает записи решений, приведенные в чистовике. Черновик рассматривается только в случае отсутствия решения в чистовике.

Каждая работа должна быть оценена двумя членами Жюри. В случае расхождения их оценок вопрос об окончательном определении баллов, выставляемых за решение указанной задачи, определяется председателем Жюри или назначенным им старшим по классу.

Критерии оценивания

7 баллов – Полное верное решение.

6-7 баллов – Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.

5-6 баллов – Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.

4 балла – Применять в исключительных случаях, с обязательным утверждением председателем Жюри или назначенным им старшим по классу.

2–3 балла – Задача не решена, но сделано существенное продвижение в решении задачи.

1 балл – Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).

0 баллов – Решение неверное, продвижения в решении отсутствуют.

Особенности олимпиады 5-6-7 классов. Следует учитывать, что школьники, впервые принимающие участие в олимпиаде, особенно учащиеся 5-6-7 класса, не умеют чётко записывать объяснения в своих решениях. Поэтому в 5-6-7 классах нужно оценивать степень понимания решения, а не качество его записи.

8 класс

8.1. Как разделить 7 одинаковых яблок поровну между 12 людьми, если яблоки разрешается резать не более чем на 5 частей?

Разделим три яблока на 4 равные части каждое, получим 12 одинаковых четвертинок. Оставшиеся 4 яблока разрежем на 3 равные части каждое, получим также 12 одинаковых долек. Раздадим по одной дольке первого вида и по одной второго вида.

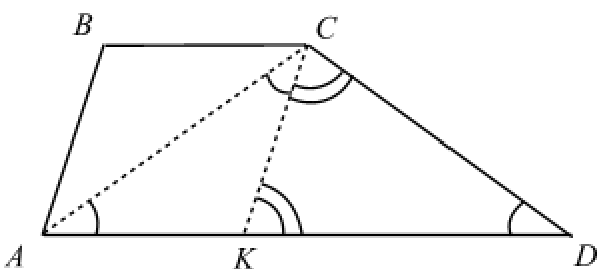
Комментарий. Возможны другие способы разрезания.

8.2. Мальчик по вторникам всегда врёт, а по четвергам и пятницам говорит только правду. Однажды у него шесть дней подряд спрашивали, как его зовут. Ответы были такими: Коля, Петя, Коля, Петя, Вася, Петя. Как зовут мальчика?

Ответ: Коля. Поскольку среди ответов мальчика нет двух идущих подряд одинаковых, он либо начал отвечать в пятницу, либо закончил в четверг. Но второе невозможно, потому что мальчик не может дать во вторник и четверг одинаковые ответы. Значит, он начал отвечать в пятницу и сказал правду.

8.3. В трапеции $ABCD$ с основанием AD известно, что $AB = BC$, $AC = CD$ и $BC+CD = AD$. Найдите углы трапеции.

Ответ: $\angle A = 72°$, $\angle B=108°$, $\angle C = 144°$, $\angle D =36°$.



Отметим на основании AD трапеции точку K таким образом, что $AK = BC$. Тогда $KD = CD$ и $ABCK$ – ромб. Обозначим угол CAK через α. Получим, $\angle CAK = \angle ACK = \angle ADC = \alpha$. Тогда $\angle CKD = \angle KCD = 2\alpha$, и поскольку сумма углов треугольника ACD равна 180° получим, что $5\alpha =180°$, откуда $\alpha =36°$. Значит, углы трапеции таковы: $\angle A = 72°$, $\angle B=108°$, $\angle C = 144°$, $\angle D =36°$.

8.4. При делении некоторого числа на 13 и 15 с остатком получились одинаковые неполные частные. Найдите наибольшее такое число.

Ответ: 90. Допустим, что число a удовлетворяет условию задачи. Тогда имеют место равенства $a = 13d+b = 15d+c$, где d – неполное частное из условия задачи. Отсюда $2d = b – c \le 12$, т.е., $d \le 6$, кроме того остаток b от деления числа на 13 не больше, чем 12. При $d = 6$ и $b = 12$ получаем искомое наибольшее число 90. Проверка: $90=13\cdot 6+12$, $90=15\cdot 6+0$.

Комментарий. Приведено число 90 с проверкой этого числа без обоснования максимальности числа – 1 балл. Приведено число 90 с обоснованием оценки без проверки этого числа– 5 баллов.

8.5. Можно ли расставить в клетках квадрата 10×10 натуральные числа, чтобы при любом разрезании этого квадрата на доминошки (прямоугольники 1×2) нашлось ровно 7 доминошек, сумма чисел на которых четна (а на остальных доминошках – нечетна)?

Ответ: да, можно. Покрасим клетки квадрата в шахматном порядке и поначалу запишем во все черные клетки по единице, а во все белые – по двойке. Тогда в любой доминошке сумма чисел будет равна 3, поскольку одна клетка в ней белая, а другая – черная. Теперь заменим двойки на единицы в 7 белых клетках. После этого при любом разрезании квадрата на доминошки в 7 из них сумма чисел будет равна 2, а в остальных – по-прежнему 3.

Комментарий. Правильная расстановка без обоснования, почему она подходит – 3 балла. Частные случаи разрезаний не дают общего обоснования. Расстановка, в которой условие не выполняется хотя бы при одном разрезании – 0 баллов.