2016 год

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

Решения

9 класс

1. По теореме Виета $b=D\cdot 2D=2D^2$, $a=-(D+2D)=-3D$, т.е. трехчлен равен $x^2-3Dx+2D^2$. Его дискриминант $D=(-3D)^2-4\cdot 2D^2=D^2$, откуда $D=D^2$, т.е. $D=0$ (в этом случае оба корня одинаковы и равны 0) или $D=1$ (в этом случае корни равны 1 и 2).

2. 50 рыцарей и 51 лжец. Пусть в группе k рыцарей, тогда лжецов $101-k$. Каждый сказал, что если его выведут, то из оставшихся 100 человек будет не меньше 51 лжеца. Так как рыцари сказали правду, то $k-1\le 49$ и $k\le 50$. Так как лжецы солгали, то $(101-k)-1\le 50$, $k\ge 50$. Очевидно, что $k=50$.

3. $333=9\cdot 37=10\cdot 33+3$. Поэтому квартир в подъезде меньше 37, но больше 33. В этом промежутке только 36 делится на 9. Значит, в подъезде 36 квартир, а на этаже – 4. Так как $333=9\cdot 36+2\cdot 4+1$, квартира 333 находится на третьем этаже.

4. *1 из возможных вариантов решений.*
Проведем $CP\parallel MK$ и $DQ\parallel NL$, тогда CMKP и DQLN – параллелограммы, значит KP=CM и LQ=DN. Тогда AK+LC+CM+NA=AK+LQ+CQ+CM+NA=AK+KP+DN+NA+CQ=AP+AD+CQ=2-BP+CQ, т.е. 2=2-BP+CQ, значит BP=CQ и треугольник DQC равен треугольнику CPB. Отсюда $\angle QDC=\angle PCB=90^0-\angle CPB$, т.е. $DQ\perp CP$, и, значит, $LN\perp KM$.

5. Можно. Раскрасим все клетки в шахматном порядке в белый и красный цвета, тогда все диагонали будут одноцветными. Затем перекрасим 11 любых белых клеток и 10 любых красных клеток в синий цвет. Полученная раскраска такова, что на одной диагонали не встретятся одновременно белые и красные клетки.