САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

10 декабря 2016 г. I тур 11 класс 1 вариант

1. Можно ли расставить в таблице 7×9 числа от 1 до 63 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 сумма чисел была нечетна?

2. Перед открытием жилконторы к окошку в ней стояла очередь из 100 человек, и в течение дня приходили еще люди. Когда очередной клиент подходит к окошку, работница жилконторы делит время, оставшееся до конца рабочего дня, на текущее количество человек в очереди (включая подошедшего), и обслуживает его ровно столько времени, сколько получилось в частном. Всего за день было обслужено 130 человек. Докажите, что найдутся пять клиентов, которых обслуживали одинаковое время.
(Считается, что перерыва на обед нет и что никто не становится в конец очереди в тот же момент, когда очередной клиент подходит к окошку.)

3. Существуют ли такие натуральные числа a, b, c, что a и b имеют ровно 1000 общих делителей, a и c имеют ровно 720 общих делителей, а a, b, c имеют ровно 350 общих делителей?

4. График кубического многочлена $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ высекает на прямой, параллельной оси абсцисс, два отрезка длины 1, а на прямой, параллельной прямой $y = x$, два отрезка, длина одного из которых равна $\sqrt{2}$. Чему может быть равна длина второго?

5. Площадь поверхности тетраэдра $ABCD$ равна S. Известно, что $AB = 6$, $BC = 9$, $CD = 7$, $DA = 2$. Докажите, что $S > AC \cdot BD$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО преподавателя кружка, место занятий.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

10 декабря 2016 г. I тур 11 класс 2 вариант

1. Можно ли расставить в таблице 5×11 числа от 1 до 55 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 сумма чисел была нечетна?

2. Чиновник весь рабочий день непрерывно отвечает на письма. В начале рабочего дня он обнаружил 130 неотвеченных писем, но в течение дня приходили новые письма. Когда чиновник приступает к ответу на очередное письмо, он делит время, оставшееся до конца рабочего дня, на количество неотвеченных на данный момент писем (включая это письмо), и тратит на ответ ровно столько времени, сколько получилось в частном. Всего за день он ответил на 160 писем. Докажите, что было 6 писем, на которые он потратил одинаковое время.
(Считается, что перерыва на обед нет и что никакое новое письмо не приходит в тот момент, когда чиновник начинает отвечать на очередное письмо.)

3. Существуют ли такие натуральные числа x, y, z, что x и z имеют ровно 1400 общих делителей, y и z имеют ровно 1000 общих делителей, а x, y, z имеют ровно 300 общих делителей?

4. График кубического многочлена $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ высекает на прямой, параллельной прямой $y = -x$, два отрезка длины $\sqrt{2}$, а на прямой, параллельной оси абсцисс, два отрезка, длина одного из которых равна 1. Чему может быть равна длина второго?

5. Площадь поверхности тетраэдра $ABCD$ равна S. Известно, что $AB = 1$, $BC = 7$, $CD = 8$, $DA = 4$. Докажите, что $S > AC \cdot BD$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы НЕ ЗАБУДЬТЕ *указать о себе* (БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ) *следующие данные:*

Фамилия, имя; телефон; класс, школа, район школы;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Если Вы занимаетесь в кружке математики —
ФИО преподавателя кружка, место занятий.

Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и www.anichkov.ru/olimpus/matem