

8 класс

Задача 1. Сумма цифр натурального числа a относится к сумме цифр числа $2a$, как 19 к 9. Докажите, что в десятичной записи числа a хотя бы 29 цифр.

Задача 2. Докажите, что куб любого натурального числа, большего 1, может быть представлен как разность двух квадратов натуральных чисел.

Задача 3. Квантовому суперкомпьютеру поручено выполнять следующую задачу. В его память вводится целое число в десятичной нумерации, затем из этого числа удаляется последняя цифра, которая умножается на 10 и складывается с числом, оставшимся после удаления последней цифры. Может ли суперкомпьютер с помощью указанных операций из числа 11^{2017} получить число 2017^{11} ?

Задача 4. Куб разбили на 27 одинаковых кубиков. Жук в начальный момент находится в центральном кубике. Из каждого кубика он может перейти в один из шести соседних кубиков, которые имеют с ним общую грань. Может ли жук обойти все кубики, побывав в каждом по одному разу?

Задача 5. На боковой стороне BC равнобедренного треугольника ABC ($AB=BC$) выбрана точка D так, что $CD=CA$. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ABC , совпадает с центром окружности, описанной около треугольника ADC .