Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике Алтайский край 2016 – 2017 учебный год 9 класс

9.1. Когда у двух дробей с натуральными числителями и знаменателями поменяли числители местами, сумма дробей не изменилась. Докажите, что либо числители, либо знаменатели дробей равны.

9.2. В коробке лежат несколько (больше трёх) шариков. Каждый покрашен в какой-то цвет. Если достать из коробки любые три шарика, то среди них обязательно будет хотя бы один красный и хотя бы один синий. Сколько шариков может быть в коробке?

9.3. На 5 карточках написаны натуральные числа от 1 до 10 (каждое – ровно один раз, по одному на каждой стороне). Известно, что на каждой карточке одно из чисел делится на другое. Карточки выложены на стол так, что числа на верхних сторонах видны, а на нижних – нет. Можно ли однозначно определить, какие числа написаны у карточек на обороте?

9.4. Через вершину D параллелограмма $ABCD$ проведена прямая l, перпендикулярная диагонали AC. Докажите, что перпендикуляры к прямым AB и BC, проведенные через точки A и C, пересекаются на прямой l.

9.5. В центральной клетке квадрата 7×7 стоит фишка. Два игрока по очереди передвигают эту фишку на соседнюю по стороне клетку. Первый может продвинуть фишку в том же направлении, в котором был сделан предыдущий ход вторым игроком, или повернуть налево, а второй – продвинуть в том же направлении первым игроком или повернуть направо. Первый игрок начинает ходом в произвольном направлении. Проигрывает игрок, не имеющий хода. Может ли первый игрок обеспечить себе победу?

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике Алтайский край 2016 – 2017 учебный год 9 класс

9.1. Когда у двух дробей с натуральными числителями и знаменателями поменяли числители местами, сумма дробей не изменилась. Докажите, что либо числители, либо знаменатели дробей равны.

9.2. В коробке лежат несколько (больше трёх) шариков. Каждый покрашен в какой-то цвет. Если достать из коробки любые три шарика, то среди них обязательно будет хотя бы один красный и хотя бы один синий. Сколько шариков может быть в коробке?

9.3. На 5 карточках написаны натуральные числа от 1 до 10 (каждое – ровно один раз, по одному на каждой стороне). Известно, что на каждой карточке одно из чисел делится на другое. Карточки выложены на стол так, что числа на верхних сторонах видны, а на нижних – нет. Можно ли однозначно определить, какие числа написаны у карточек на обороте?

9.4. Через вершину D параллелограмма $ABCD$ проведена прямая l, перпендикулярная диагонали AC. Докажите, что перпендикуляры к прямым AB и BC, проведенные через точки A и C, пересекаются на прямой l.

9.5. В центральной клетке квадрата 7×7 стоит фишка. Два игрока по очереди передвигают эту фишку на соседнюю по стороне клетку. Первый может продвинуть фишку в том же направлении, в котором был сделан предыдущий ход вторым игроком, или повернуть налево, а второй – продвинуть в том же направлении первым игроком или повернуть направо. Первый игрок начинает ходом в произвольном направлении. Проигрывает игрок, не имеющий хода. Может ли первый игрок обеспечить себе победу?