

Всероссийская олимпиада школьников 2016г
Муниципальный этап
Математика
9 класс

Общее время выполнения работы – **3 часа 55 мин (235 мин)**.

Максимальное количество баллов - **35**

Задание 1

Существует ли многочлен степени 8 со старшим коэффициентом $\frac{1}{2016}$, который во всех целых точках принимает целые значения?

Количество баллов 7

Задание 2

Существует ли выпуклый четырехугольник, диагонали которого перпендикулярны, а стороны равны 3, 5, 7, 4.

Количество баллов 7

Задание 3

Доказать, что для любых натуральных n и m выполнено:

$$|m\sqrt{3} - n| > \frac{1}{2m+n}.$$

Количество баллов 7

Задание 4

Пусть ABC – остроугольный треугольник и D – середина BC . Выберем на отрезке AD произвольную точку E и обозначим через M ее проекцию на BC . В свою очередь, точки P и N есть проекции M на AC и AB . Доказать, что угол MPE равен углу MNE .

Количество баллов 7

Задание 5

Дана дробь

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2015}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2016}$$

в числителе которой записано произведение всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 2016, а в знаменателе произведение всех четных натуральных чисел, не превышающих 2016.

Сравнить эту дробь с дробью $\frac{1}{60}$.

Количество баллов 7